

2.1

ΕΡΓΟ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Μια δύναμη παράγει έργο όταν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της:

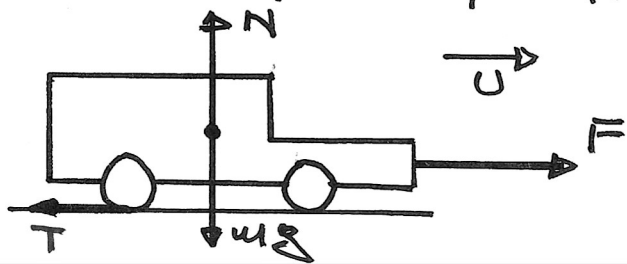


Ορίζουμε σαν έργο W_F της δύναμης F για την μετατόπιση AB , μια φυσικό μονόμετρο μέγεθος που ισούται με το μέτρο της δύναμης F επί το μέτρο της μετατόπισης AB επί το συνημίτιο της γωνίας θ που σχηματίζει η διεύθυνση της δύναμης με την διεύθυνση της μετατόπισης:

$$W_F = F \cdot AB \cdot \cos \theta = F \cdot x \cdot \cos \theta \quad F = c.t$$
$$1J = 1N \cdot m$$

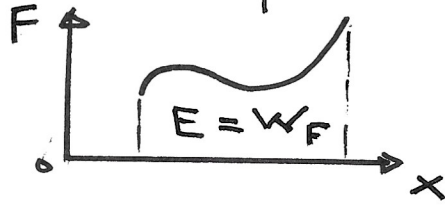
Μονάδα έργου στο S.I. είναι το 1 Joule, 1J: 1 Joule είναι το έργο που παράγει δύναμη 1N η οποία μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά 1m, κατά την κατεύθυνσή της.

- Αν $0^\circ \leq \hat{\theta} < 90^\circ$ τότε $\cos \theta > 0 \rightarrow W_F > 0$. Αυτό το έργο χαρακτηρίζεται σαν θετικό ή παραγόμενο έργο.
- Αν $\hat{\theta} = 90^\circ$ τότε $\cos \theta = 0 \rightarrow W_F = 0$. Δύναμη κάθετη στην μετατόπιση δεν παράγει έργο.
- Αν $90^\circ < \hat{\theta} \leq 180^\circ$ τότε $\cos \theta < 0 \rightarrow W_F < 0$. Αυτό το αρνητικό έργο χαρακτηρίζεται σαν δαπανώμενο ή καταναλισκόμενο έργο.

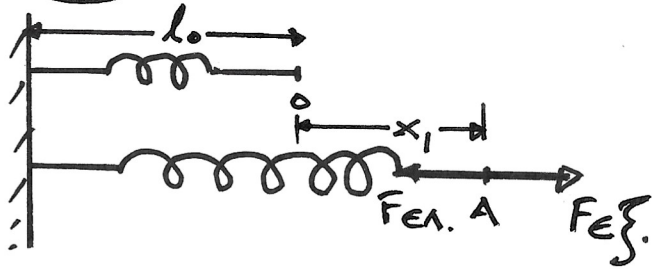


$$W_F > 0$$
$$W_N = W_{mg} = 0$$
$$W_T < 0$$

Αν $y \neq ct$ τότε το έργο της θα υπολογιστεί από την γραφική παράσταση δύναμης - μετατόμισης.



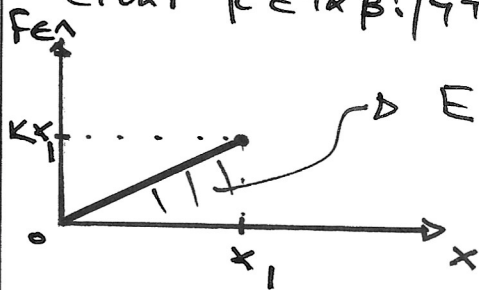
1. ΠΑΡ.



Θυμάστε το νόμο του Hooke;

$$F_{ελ} = -kx = |kx|$$

$W_{F_{εξ}} = |W_{F_{ελ}}|$ το οποίο θα υπολογίσω από την γραφική παράσταση $F_{ελ} - x$, γιατί η $F_{ελ}$ είναι μεταβλητή δύναμη.

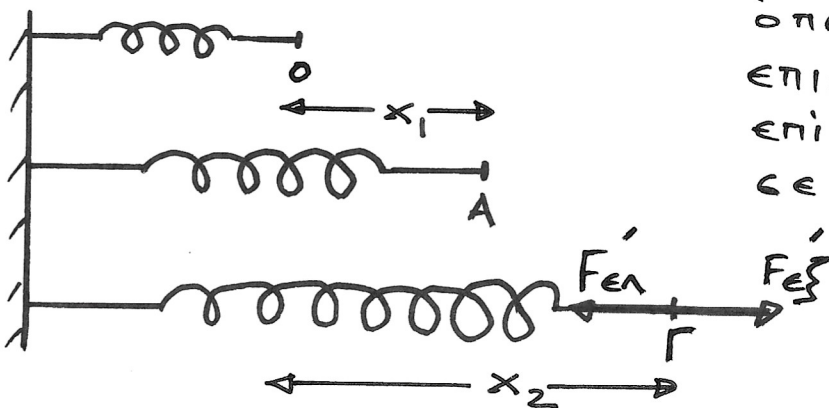


$$E = W_{F_{ελ}} = \frac{x_1 \cdot kx_1}{2} = \frac{1}{2} kx_1^2$$

$0 \rightarrow A : W_{F_{εξ}} > 0, W_{F_{ελ}} < 0$

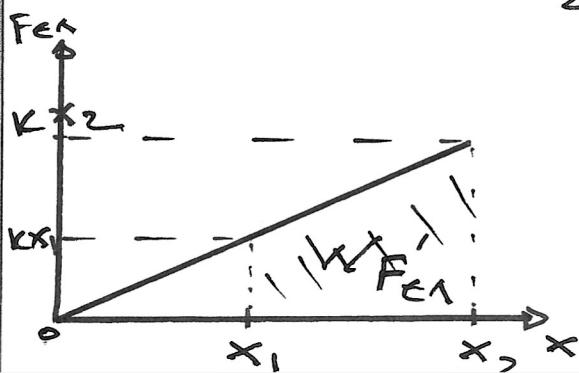
$A \rightarrow 0 : W_{F_{εξ}} < 0, W_{F_{ελ}} > 0$

2. ΠΑΡ.



Ας δούμε την περίπτωση όπου το ελατήριο από θέση ηρεμίας x_1 υπό την επίδραση $F_{εξ}$ μεταβαίνει σε επιμήκυνση x_2 .

$$W_{F'_{ελ}} = \frac{kx_2 + kx_1}{2} (x_2 - x_1) = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2$$



$A \rightarrow \Gamma : W_{F'_{εξ}} > 0, W_{F'_{ελ}} < 0$

$\Gamma \rightarrow A : W_{F'_{εξ}} < 0, W_{F'_{ελ}} > 0$

ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η ενέργεια είναι μία φυσική οντότητα - ένα φυσικό μέγεθος, της οποίας οι μετατροπές από τη μία μορφή σε μία άλλη ή η μεταφορά της από ένα σώμα σε ένα άλλο, προκαλούν την εκδήλωση διάφορων φαινομένων.

Μονάδα ενέργειας στο Σ.Ι. είναι το 1 Joule.

Μορφές - είδη ενέργειας:

(i) Κινητική ενέργεια Κ

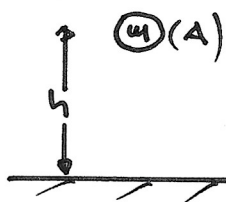
είναι η ενέργεια που περιλαμβάνεται σε ένα σώμα λόγω της κίνησής του.



$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

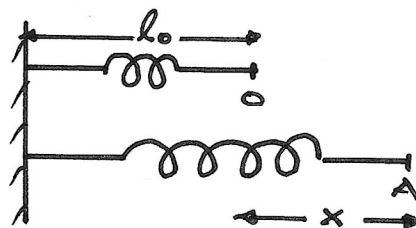
(ii) Δυναμική ενέργεια Υ είναι η ενέργεια που περιλαμβάνεται σε ένα σώμα λόγω της θέσης του ή λόγω της κατάσταση του.

- Δυναμική βαρυτική ενέργεια U_{mg} είναι η ενέργεια που περιλαμβάνεται σε ένα σώμα λόγω της θέσης του στο πεδίο βαρύτητας της Γης.



$$U_{mg}^{(A)} = mgh$$

- Δυναμική ενέργεια ελαστικότητας $U_{ελ}$ είναι η ενέργεια που περιλαμβάνεται σε ένα σώμα λόγω της κατάστασής στο οποίο βρίσκεται αυτό. Συνήθως το σώμα διατείνεται ή το ελατήριο βρίσκεται σε μία παραμορφωμένη κατάσταση.



$$U_{ελ}^{(A)} = \frac{1}{2} k x^2$$

Παρατηρούμε ότι το έργο W_F και η ενέργεια έχουν τη ίδια μονάδα μέτρησης στο S.I., το J (Joule). Αυτό σημαίνει ότι το έργο και η ενέργεια είναι μεχέθη ταυτότητα - ποιοτικά ισοδύναμα.

Αγνωστέ: Ένα σώμα περιλαμβάνει ενέργεια όταν μπορεί να παράγει έργο.

Ισχύει και το αντίστροφο | Αν ένα σώμα μπορεί να παράγει έργο, περιλαμβάνει ενέργεια.

Μηχανική ενέργεια $E_{μηχ}$ ονομάζεται το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας.

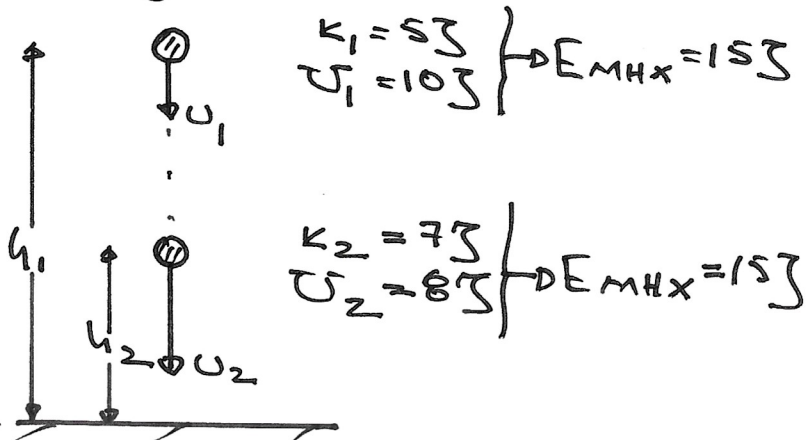
$$E_{μηχ} = K + U$$

ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - Α.Δ.Μ.Ε.

" Αν σε ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων ασκούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις, τότε η μηχανική του ενέργεια δηλαδή το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας παραμένει σταθερό."

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{F}_{\text{ΣΥΝΤΗΡ.}} \rightarrow E_{μηχ} = K + U = \text{const} \\ \text{Α.Δ.Μ.Ε.} \end{array}}$$

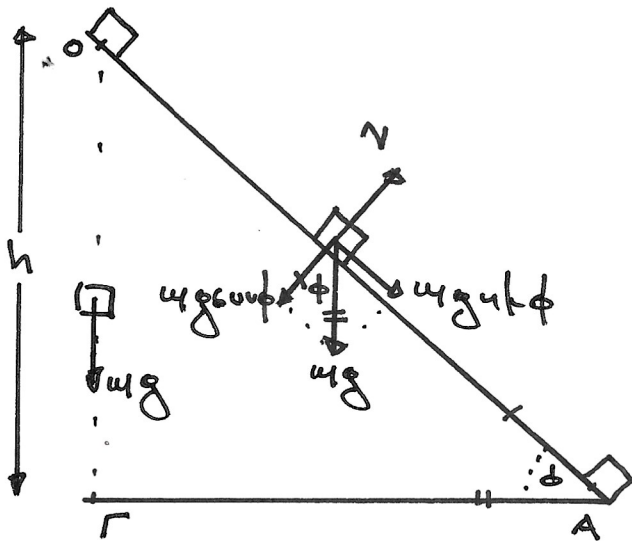
Αυτές λοιπόν οι συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις συντηρούν - διατηρούν την μηχανική ενέργεια.



Τέτοιες συντηρητικές δυνάμεις είναι:

- ΟΙ ΒΑΡΥΤΙΚΕΣ
- ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΚΟΡΦΩΤΕΥΟΥ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ
- ΟΙ ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ

ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ Ή ΔΙΑΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ



ΔΙΑΔΡΟΜΗ Ο → Α :

$$W_{mg} = W_{mg \cos \phi} + W_{mg \sin \phi} = mg \cos \phi \cdot OA \quad (1)$$

$$O\Gamma A : \cos \phi = \frac{O\Gamma}{OA} \rightarrow OA = \frac{O\Gamma}{\cos \phi}$$

$$(1) \rightarrow W_{mg} = mg \cos \phi \cdot \frac{O\Gamma}{\cos \phi} \rightarrow$$

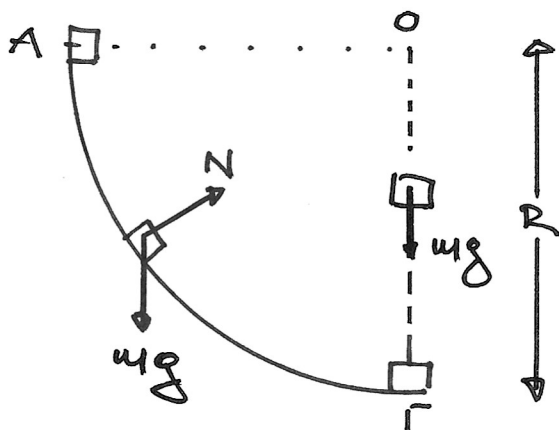
$$W_{mg}^{(O \rightarrow A)} = mg \cdot h$$

ΔΙΑΔΡΟΜΗ Ο → Γ :

$$W_{mg}^{(O \rightarrow \Gamma)} = mg \cdot h$$

Υπάρχουν δυνάμεις που το έργο τους δεν εξαρτάται από το είδος της διαδρομής, παρά μόνο από την αρχική και την τελική θέση.

Αυτές οι δυνάμεις λέγονται συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις και το έργο τους κατά μήκος της οποιεσδήποτε διαδρομής είναι μηδέν.



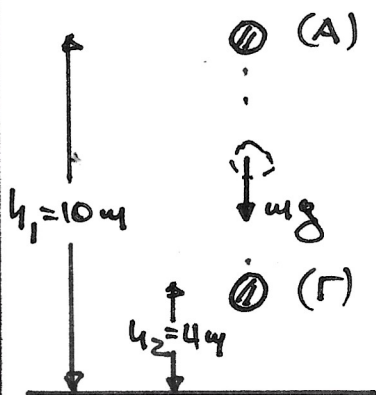
$$W_{mg}^{(O \rightarrow \Gamma)} = mgR = W_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma)}$$

$$W_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma \rightarrow O \rightarrow A)} = 0$$

Αυτές οι συντηρητικές δυνάμεις (βαρυτικές, ηλεκτρομαγνητικές, πυρηνικές, ηλεκτρικές) παρουσιάζουν μία χαρακτηριστική ιδιότητα:

"Το έργο τους είναι αντίθετο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας".

$$W = -\Delta U$$



Έστω $m = 0,1 \text{ kg}$

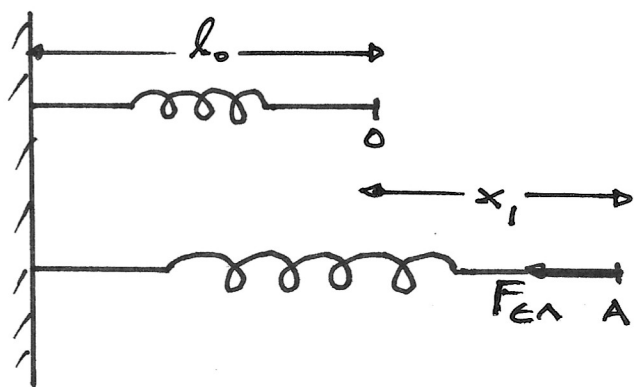
Τότε $\left. \begin{aligned} \Delta U_{mg}^{(A)} &= mgh_1 = 0,1 \cdot 10 \cdot 10 = 10 \text{ J} \\ \Delta U_{mg}^{(\Gamma)} &= mgh_2 = 0,1 \cdot 10 \cdot 4 = 4 \text{ J} \end{aligned} \right\}$

$$\Delta U_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma)} = 4 - 10 = -6 \text{ J}$$

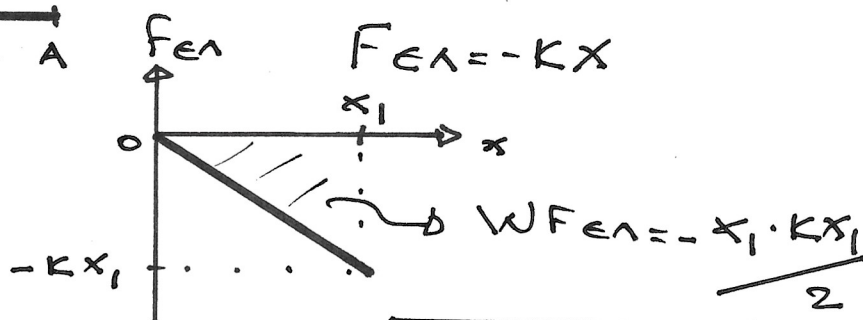
$$W_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma)} = m g \cdot (h_1 - h_2) = 0,1 \cdot 10 (10 - 4) = 6 \text{ J}$$

$$W_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma)} = -\Delta U_{mg}^{(A \rightarrow \Gamma)}$$

Ας δούμε ένα άλλο παράδειγμα με την Φελ.
Έστω ένα ελατήριο στο φυσικό του μήκος l_0 .
Το ελατήριο αυτό έχει σταθερά $K = 100 \text{ N/m}$ και
υπό την επίδραση μιας εξωτερικής δύναμης επι-
μηκώνεται κατά $x_1 = 0,1 \text{ m}$. Τότε:



Για να βρω το έργο
της Φελ θα κάνω
την γραφική παρά-
σταση της $F_{el} = f(x)$.



$$W_{FEL}^{(0 \rightarrow A)} = -\frac{1}{2} K x_1^2 = -0,5 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} U_{EL}^{(0)} &= 0 \\ U_{EL}^{(A)} &= \frac{1}{2} K x_1^2 \end{aligned}$$

$$\Delta U_{EL}^{(0 \rightarrow A)} = \frac{1}{2} K x_1^2 = 0,5 \text{ J}$$

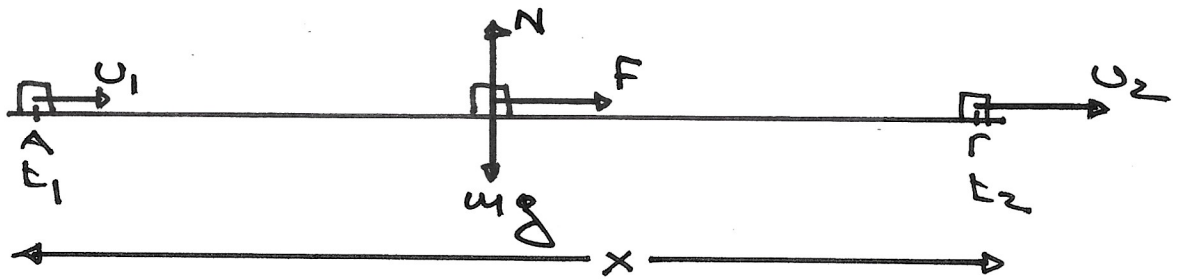
Από τις παραπάνω σχέσεις ① & ② προκύπτει ότι
για την συντηρητική δύναμη του ελατηρίου

ισχύει:

$$W_{FEL}^{(0 \rightarrow A)} = -\Delta U_{EL}^{(0 \rightarrow A)}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ - Θ.Μ.Κ.Ε.

4 ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ - ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ Θ.Ε.Ε.



Για την συνάρτησή της μ : $\Sigma Fx = \mu x \Rightarrow \boxed{F = \mu x}$ ①

Για την κινητική $u_2 = u_1 + a \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{u_2 - u_1}{a}$
 Κινηση Α $\rightarrow$ Γ
 Ε.Β.Ε.Π. $t \in u_1$ $x = u_1 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$ } $\Rightarrow$

$$x = u_1 \frac{u_2 - u_1}{a} + \frac{1}{2} a \left[\frac{u_2 - u_1}{a} \right]^2 =$$

$$= \frac{u_1 u_2 - u_1^2}{a} + \frac{u_2^2 + u_1^2 - 2u_1 u_2}{2a} =$$

$$= \frac{2u_1 u_2 - 2u_1^2 + u_2^2 + u_1^2 - 2u_1 u_2}{2a} \Rightarrow$$

$$\boxed{x = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2a}} \quad ②$$

Ας υπολογίσουμε τώρα το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση Α $\rightarrow$ Γ :

$$W_F^{(A \rightarrow \Gamma)} = F \cdot x \cdot \cos 0^\circ \stackrel{①}{=} \mu x \frac{u_2^2 - u_1^2}{2a} = \frac{1}{2} \mu u_2^2 - \frac{1}{2} \mu u_1^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{W_F^{(A \rightarrow \Gamma)} = \Delta K = K_2 - K_1}$$

" Κατά την κίνηση ενός σώματος το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που αγγιζονται σ' αυτό, ισούνται με την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.
 ΣW_F : το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων.

$W_{\Sigma F}$: το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΕΡΓΟΥ - ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Πώς θα καταλάβω ότι ένα πρόβλημα θα λυθεί με ενέργειες;

Τα κριτήρια είναι δύο:

- ① Αν ε' αυτό το πρόβλημα δεν δίνεται, δεν τυτείται ή γενικά δεν αναφέρεται ο χρόνος, προτίκουμε την ενεργειακή λύση γιατί αυτή είναι πιο εύκολη από τη λύση της κινητικής - δυναμικής.
- ② Αν ε' αυτό το πρόβλημα εμφανίζονται μεταβλητές δυνάμεις, τότε υποχρεωτικά θα εργαθούμε ενεργειακά γιατί οι νόμοι της κινητικής - δυναμικής ισχύουν για σταθερές δυνάμεις άρα και σταθερές επιταχύνσεις.

Αφού λοιπόν καταλάβω ότι θα εργαθώ ενεργειακά εξετάζω:

- Αν αμούνται μόνο συντηρητικές δυνάμεις εφαρμόζω την Α.Δ.Μ.Ε. αφού πρώτα ορίσω και επίπεδο ηδυνεικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το κατώτερο επίπεδο απ' αυτά που κελετώ.
- Αν αμούνται και άλλες δυνάμεις ή συντηρητικές εφαρμόζω το Θ.Ε.Ε. το οποίο ισχύει πάντα, ανεξάρτητα του είδους των δυνάμεων που εμφανίζονται.

ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σε ένα απομονωμένο ή μόνωμένο σύστημα σωμάτων, ενέργεια δική κορφή μπορεί να μετατρέπεται σε ενέργεια άλλη κορφή, αλλά η συνολική ενέργεια του απομονωμένου συστήματος παραμένει σταθερή.

ΙΣΧΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

Ορίζουμε την ισχύ P της μηχανής το πηλίκο του έργου W που παράγει η μηχανή σε χρόνο t , προς το χρόνο αυτό.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t} : \frac{1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule}}{1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}} \quad \text{sec}$$

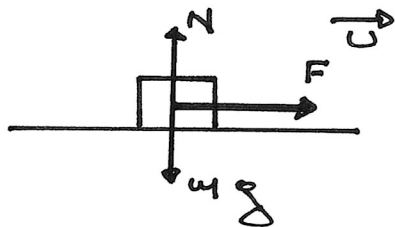
1 Watt είναι η ισχύς της μηχανής η οποία σε χρόνο 1s παράγει έργο 1J ή μετακινεί βαρύνει ενέργεια 1J από ένα φορτί σε ένα σημείο.

Ακόμα μονάδα ισχύος είναι ο ίππος: $1 \text{ HP} = 745,7 \text{ W}$.

Στην ουσία από τη σχέση $P = \frac{W}{t}$ υπολογίζουμε τη μέση ισχύ αυτής της μηχανής.

Η ισχύς εκφράζει το ρυθμό παραγωγής έργου, δηλαδή, πόσο γρήγορα παράγει έργο αυτή η μηχανή.

Ανάλογα ορίζεται η στιγμιαία ισχύς της δύναμης:



$$P_{\text{στ}}^{(F)} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \cdot v$$
$$F = cv$$