1ο ΓΕ.Λ. ΛΑΡΙΣΑΣ

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΚΥΜΑΤΑ

- ✓ ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΑ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ
- ✓ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ – ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ
- ✓ ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Επιμέλεια : ΖΙΑΚΑΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ

2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΚΥΜΑΤΑ

Κύμα ονομάζεται ο μηχανισμός διάδοσης μιας διαταραχής σ' ένα μέσο με πεπερασμένη ταχύτητα, όπου διαδίδεται ενέργεια και ορμή αλλά όχι ύλη.

Είδη κυμάτων

Ηλεκτρομαγνητικά

Διαδίδεται ηλεκτρομαγνητική ενέργεια.
Διαδίδονται και στο κενό.

Μηχανικά

Διαδίδεται μηχανική ενέργεια.
Δεν διαδίδονται στο κενό, παρά μόνο σε ελαστικά μέσα.

Με κριτήριο τις διαστάσεις του ελαστικού μέσου

i) Γραμμικά
ii) Επιφάνειας
iii) Χώρου

Με κριτήριο το μηχανισμό διάδοσης

i) Εγκάρσια
ii) Διαμήκη

Με κριτήριο τη μετακίνηση ή όχι της φάσης

i) Τρέχοντα
ii) Στάσιμα

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

Το κύμα κατά την διάδοσή του εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $υ = \frac{x}{t} \xrightarrow[t=T]{x=λ} υ = \frac{λ}{T} \xrightarrow{\frac{1}{T}=f} \boxed{υ = λ f}$

Μήκος κύματος λ (1m) ονομάζεται η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

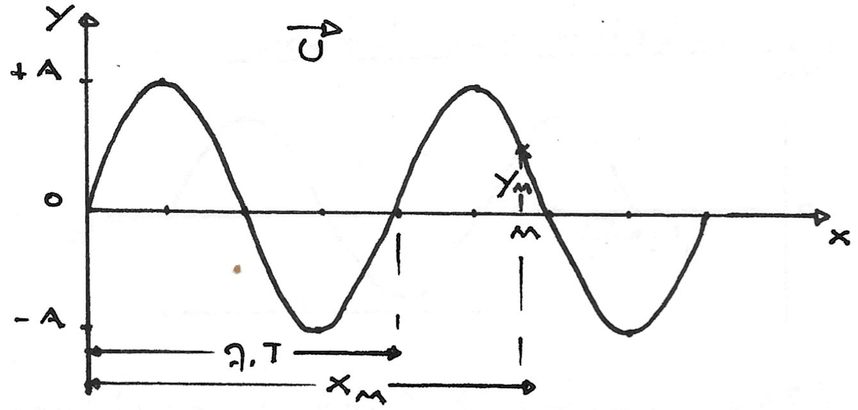
Λίγο αργότερα θα δούμε ότι:

Μήκος κύματος λ ονομάζεται η απόσταση δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $Δφ = 2π$ (rad).

Περίοδος T (1s) του κύματος ονομάζεται ο χρόνος μέσα στον οποίο η διαταραχή επαναλαμβάνεται.

ΕΞΙΣΩΣΗ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ - ΤΡΕΧΟΝΤΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ

Εξίσωση ενός αρμονικού κύματος ονομάζουμε την εξίσωση που μας δίνει την απομάκρυνση y_M ενός σωματιδίου M του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο t και την απόσταση x_M του σωματιδίου από την αρχή μέτρησης των αποστάσεων.



Εάν η πηγή O εκτελεί Γ.Α.Τ. το κύμα λέγεται αρμονικό και θα ισχύει για την πηγή: $y = Aημωt$

Έστω ένα τυχαίο σημείο M το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση x_M.

Το σημείο M θ' αρχίσει να ταλαντώνεται μετά χρόνο $t_M = \frac{x_M}{υ}$ σε σχέση με την πηγή O. Ο χρόνος t_M είναι ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το κύμα από την πηγή O στο M. Άρα το κύμα στο M - δηλαδή η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου M - περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_M = Aημω(t - t_M) = Aημ\frac{2π}{T}\left(t - \frac{x_M}{υ}\right) = Aημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{υT}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{y_M = Aημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{λ}\right)} \rightarrow$$ Εξίσωση κύματος ή εξίσωση τρέχοντος κύματος.

Αν το κύμα διαδίδεται προς την αντίθετη φορά - προς τα αριστερά - η εξίσωση κύματος θα ήταν: $y_M = Aημ2π\left(\frac{t}{T} + \frac{x_M}{λ}\right)$

Παρατηρήσεις:

i) Η εξίσωση κύματος παρουσιάζει χρονική και τοπική περιοδικότητα.

ii) Η φάση του σημείου M είναι $φ_M = 2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{λ}\right)$, εξαρτάται από το χρόνο t και την απόσταση x_M και λέγεται φάση του κύματος.

iii) Η πηγή O και το σημείο M παρουσιάζουν διαφορά φάσης $Δφ$, ή διαφορετικά το σημείο M καθυστερεί της πηγής O κατά:

$$Δφ = φ_{πηγής} - φ_M = ωt - 2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{λ}\right) = ωt - 2π\frac{t}{T} + \frac{2πx_M}{λ} \rightarrow$$

$$\boxed{Δφ = \frac{2πx_M}{λ}}$$

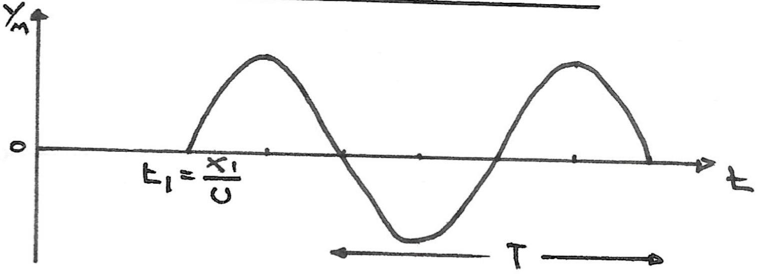
Ανάλογα για δύο σημεία που απέχουν $Δx$ μεταξύ τους θα έχουμε: $Δφ = 2π \cdot Δx$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

Από τη μορφή της εξίσωσης του αρμονικού κύματος $y=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ προκύπτει ότι η απομάκρυνση y εξαρτάται από δύο μεταβλητές: το χρόνο t και την απόσταση x. Άρα η γραφική παράσταση θα γίνει αν θεωρήσουμε τη μία από τις δύο μεταβλητές σταθερή.

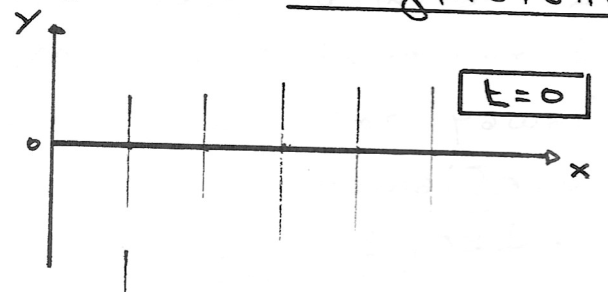
(A) Ταλάντωση ενός σημείου του μέσου:

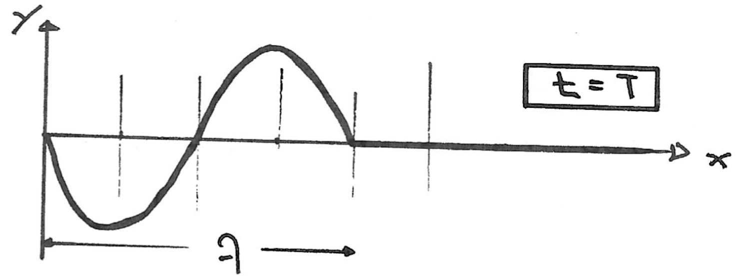
Για ένα δεδομένο σημείο του άξονα Ox, δηλαδή για $x=x_1$ η εξίσωση του αρμονικού κύματος γράφεται:

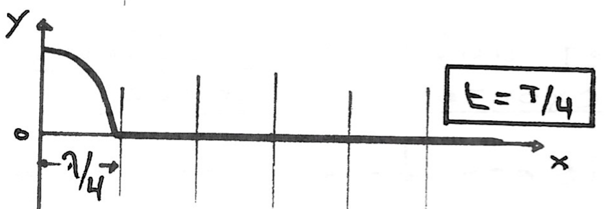


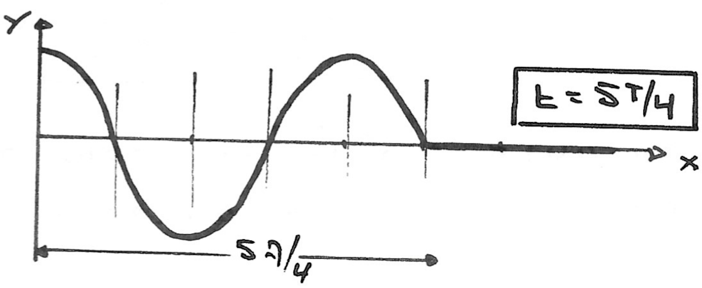
$y=A\eta\mu\left(2\pi\frac{t}{T}-2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right) \rightarrow y=A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t-\sigma\tau\alpha\theta.\right)$, δηλαδή η απομάκρυνση του θεωρούμενου σημείου Μ είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

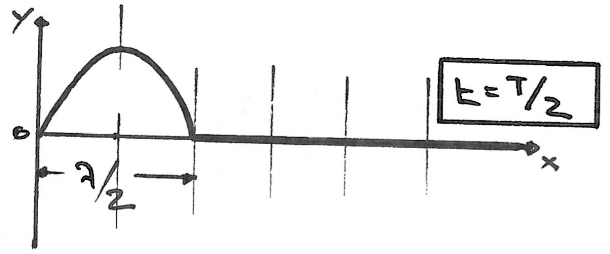
(B) Στιγμιότυπο του κύματος:

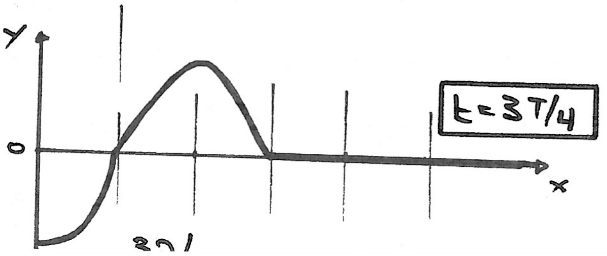












Για δεδομένη χρονική στιγμή $t=t_1$ η εξίσωση του αρμονικού κύματος γίνεται: $y=A\eta\mu\left(2\pi\frac{t_1}{T}-2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \rightarrow y=A\eta\mu\left(\sigma\tau\alpha\theta-2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$, δηλαδή η απομάκρυνση στα διάφορα σημεία του άξονα Ox είναι ημιτονοειδής συνάρτηση της απόστασης x.

<u>Η γραφική παράσταση $y=f(x)$</u> λέγεται στιγ...

Από τα στιγμιότυπα της προηγούμενης σελίδας προκύπτει ότι, στη διάρκεια μιας περιόδου T του κύματος, αυτό διατρέχει απόσταση ίση με το μήκος κύματος λ και κάθε σωματίδιο του ελαστικού μέσου εκτελεί μια πλήρη ταλάντωση.

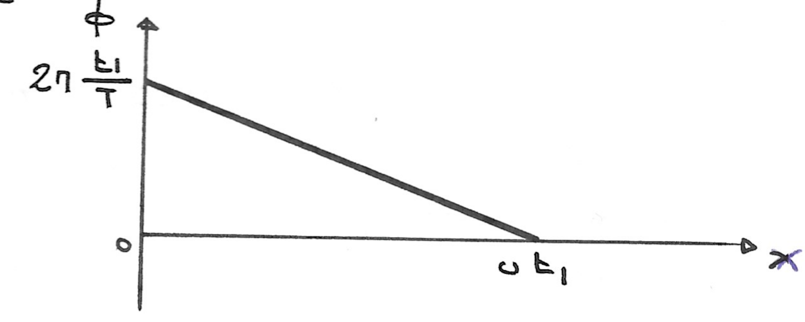
ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΦΑΣΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

$$\boxed{\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}$$

Η φάση ϕ εξαρτάται από τον χρόνο t (αυξάνεται με το χρόνο) και από την απόσταση x του σημείου από την πηγή των κυμάτων (ελαττώνεται όσο αυξάνεται το x).

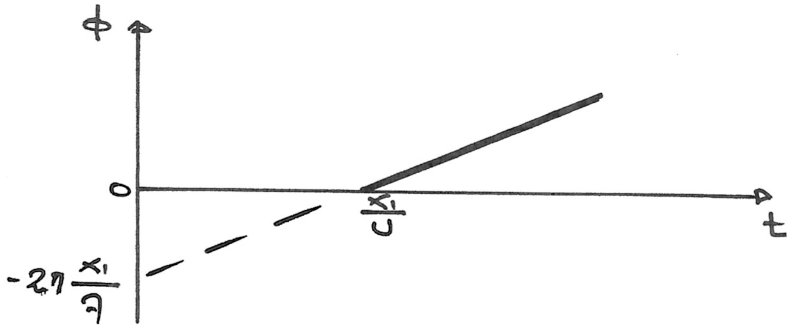
(i) $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow{t = t_1 = ct} \phi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \longrightarrow$

$\phi = ct - 2\pi\frac{x}{\lambda}$.



(ii) $\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow{x = x_1 = ct} \phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) \longrightarrow$

$\phi = 2\pi\frac{t}{T} - ct$.

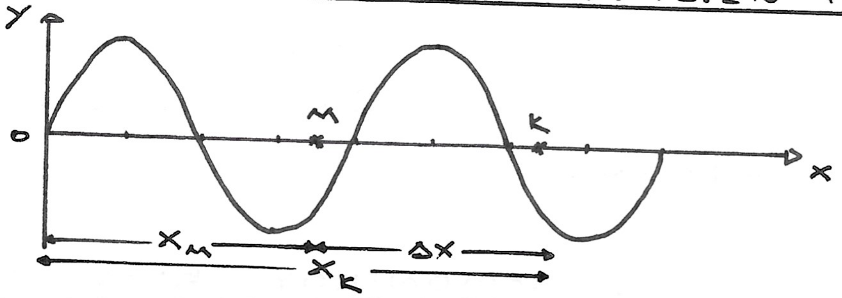


- Κατά τη φορά διάδοσης του κύματος η φάση του ελαττώνεται.

- Αν για ένα σημείο του ελαστικού μέσου η φάση του κύματος είναι αρνητική, συμπεραίνουμε ότι το κύμα δεν έφτασε ακόμη στο σημείο αυτό.

- Για να βρούμε τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει σ' ένα σημείο του ελαστικού μέσου, μηδενίζουμε τη φάση του κύματος για το σημείο αυτό.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ



Στην πηγή Ο:

$y = A\eta\mu\omega t \rightarrow$

$$\begin{cases} (M) \rightarrow y_M = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) \\ (K) \rightarrow y_K = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Τα σημεία Μ, Κ παρουσιάζουν διαφορά φάσης:

$$\Delta\phi = \phi_M - \phi_K = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) =$$

$$= \cancel{2\pi\frac{t}{T}} - 2\pi\frac{x_M}{\lambda} - \cancel{2\pi\frac{t}{T}} + 2\pi\frac{x_K}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_K - x_M) \rightarrow \boxed{\Delta\phi = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda}}$$

Μερικές περιπτώσεις:

(i) Αν $\Delta x = \kappa\cdot\lambda$ $(\kappa = 0, 1, 2, 3, \ldots)$ δηλαδή τα δύο σημεία απέχουν μεταξύ τους απόσταση που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, τότε $\Delta\phi = \frac{2\pi\cdot\kappa\cancel{\lambda}}{\cancel{\lambda}} \rightarrow$ $\Delta\phi = 2\kappa\pi$ $(\kappa = 0, 1, 2, 3, \ldots)$

Τότε λέμε ότι τα σημεία Μ, Κ βρίσκονται σε συμφωνία φάσης, δηλαδή κάθε χρονική στιγμή έχουν ίδια απομάκρυνση και ίδια ταχύτητα.

(ii) Αν $\Delta x = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}$ $(\kappa = 0, 1, 2, 3, \ldots)$ δηλαδή τα δύο σημεία απέχουν μεταξύ τους απόσταση που είναι περιττό πολλαπλάσιο ημικύματος, τότε $\Delta\phi = \frac{2\pi(2\kappa+1)\cancel{\lambda}/2}{\cancel{\lambda}} \rightarrow$ $\Delta\phi = (2\kappa+1)\pi$ $(\kappa = 0, 1, 2, 3, \ldots)$

Τότε λέμε ότι τα σημεία Μ, Κ βρίσκονται σε αντίθεση φάσης, δηλαδή κάθε χρονική στιγμή έχουν αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.

Για να σχεδιάσουμε το στιγμιότυπο ενός κύματος τη χρονική στιγμή t_1:

i) Βρίσκουμε την εξίσωση του κύματος τη χρονική στιγμή t_1: $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

ii) Βρίσκουμε τη θέση x_1 στην οποία φτάνει το κύμα τη χρονική στιγμή t_1: $x_1 = \upsilon t_1$

iii) Βρίσκουμε τον αριθμό των μηκών κύματος λ που αντιστοιχούν στην απόσταση x_1:
$$N = \frac{x_1}{\lambda}$$

iv) Βρίσκουμε την απομάκρυνση y_1 και την κατεύθυνση της ταχύτητας ταλάντωσης της αρχής Ο ($x=0$) τη χρονική στιγμή t_1, δηλαδή από ποιο σημείο του άξονα ξεκινά η ημιτονοειδής καμπύλη.

Το σημείο στο οποίο "τελειώνει" το στιγμιότυπο έχει πάντα $y=0$, γιατί είναι το σημείο στο οποίο φτάνει το κύμα τη στιγμή t_1, το οποίο αρχίζει τότε την ταλάντωσή του.

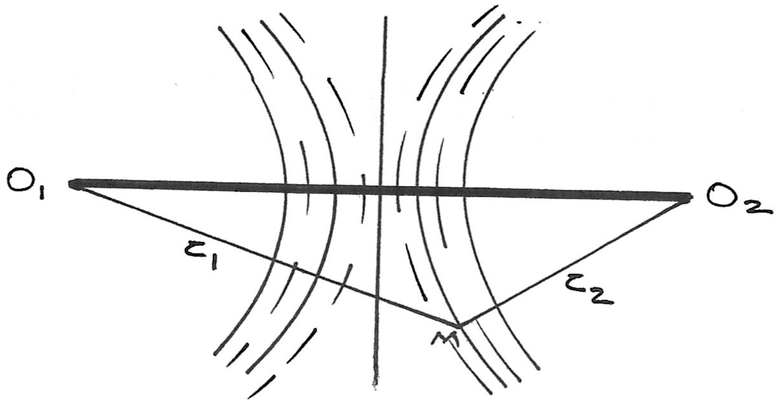
ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ή ΥΠΕΡΘΕΣΗ ή ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Όταν δύο ή περισσότερα κύματα διαδίδονται ταυτόχρονα στο ίδιο ελαστικό μέσο λέμε ότι <u>συμβάλλουν.</u>

Έχει διαπιστωθεί ότι : <u>όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο ή περισσότερα κύματα, η απομάκρυνση ενός σωματιδίου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλεται στα επιμέρους κύματα.</u> (<u>Αρχή επαλληλίας ή υπέρθεσης των κυμάτων</u>).

<u>Συμβολή κυμάτων</u> ονομάζεται το αποτέλεσμα της ταυτόχρονης διάδοσης δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου.

Ας μελετήσουμε το φαινόμενο της συμβολής:



Πηγή O_1 : $y_1 = A\,ημ\,ωt \longrightarrow y_{M,1} = A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{λ}\right)$

Πηγή O_2 : $y_2 = A\,ημ\,ωt \longrightarrow y_{M,2} = A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{λ}\right)$

$$y_M = y_{M,1} + y_{M,2} = A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{λ}\right) + A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{λ}\right) = A\left[ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{λ}\right) + ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{λ}\right)\right]$$

$$\longrightarrow \boxed{y = 2A\,συν\,2π\frac{r_1 - r_2}{2λ}\cdot ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2λ}\right)}$$ Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΣΥΜΒΟΛΗΣ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

όπου $A' = 2A\left|συν\,2π\frac{r_1 - r_2}{2λ}\right|$ το πλάτος της συνισταμένης αρμονικής ταλάντωσης

και $φ = 2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2λ}\right)$ η φάση της.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ Α΄

(i) Σημεία μέγιστου πλάτους: $A' = max \rightarrow A' = 2A \rightarrow$

$$2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right| = 2A \rightarrow \left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right| = 1 \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = \pm 1$$

$$\left.\begin{cases} \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = +1 = \sigma\upsilon\nu 0^\circ \rightarrow 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = 2\kappa\pi \pm 0 \\ \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = -1 = \sigma\upsilon\nu \pi \rightarrow 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = 2\kappa\pi \pm \pi \end{cases}\right\} \rightarrow 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = N\pi \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{\begin{matrix}|r_1-r_2| = N\lambda \\ N=0,1,2,\ldots\end{matrix}}$$

δηλαδή τα σημεία της επιφάνειας του μέσου των οποίων οι αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $A'_{max} = 2A$, δηλαδή έχουμε <u>ενίσχυση.</u>

Τα παραπάνω σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος βρίσκονται πάνω σε καμπύλες γραμμές που λέγονται <u>υπερβολές ή κροσσοί συμβολής.</u>

Στην περίπτωση όπου $r_1 - r_2 = 0$, η γραμμή δεν είναι υπερβολή, αλλά η μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος O_1O_2.

(ii) Σημεία ελάχιστου πλάτους: $A' = min \rightarrow A' = 0 \rightarrow$

$$2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right| = 0 \rightarrow \left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\right| = 0 = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \rightarrow$$

$$\left.\begin{cases} \rightarrow 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \\ \rightarrow 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}\right\} \rightarrow \cancel{2\pi}\frac{r_1-r_2}{2\lambda} = (2N+1)\frac{\cancel{\pi}}{2} \rightarrow$$

$$\boxed{|r_1-r_2| = (2N+1)\frac{\lambda}{2}, \quad N=0,1,2,\ldots}$$

Δηλαδή τα σημεία της επιφάνειας του μέσου των οποίων οι αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές διαφέρουν κατά περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος $\lambda/2$, μένουν συνεχώς ακίνητα, δηλαδή έχουμε <u>απόσβεση.</u>

Και εδώ τα σημεία που παραμένουν ακίνητα βρίσκονται πάνω σε <u>υπερβολές</u> που λέγονται <u>κροσσοί συμβολής.</u>

Τα σημεία της επιφάνειας του ελαστικού μέσου για τα οποία δεν ισχύει ούτε η σχέση $|r_1-r_2| = N\lambda$ ούτε η σχέση $|r_1-r_2| =$ $(2N+1)\frac{\lambda}{2}$ ...

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

① **Σύγχρονες πηγές** ονομάζονται οι πηγές που προκαλούν κύματα ίδιου πλάτους Α, ίδιας περιόδου Τ, ίδιου μήκους κύματος λ και ίδιας φάσης ϕ.

② **Σύμφωνες πηγές** ονομάζονται οι πηγές που προκαλούν κύματα ίδιου πλάτους Α, ίδιας περιόδου Τ, ίδιου μήκους κύματος λ και σταθερής διαφοράς φάσης $\Delta\phi = ct$.

③ Αν t_1 και t_2 είναι οι χρόνοι που χρειάζονται για να φτάσουν τα κύματα από τις πηγές O_1 και O_2 στο σημείο Μ αντίστοιχα, τότε:

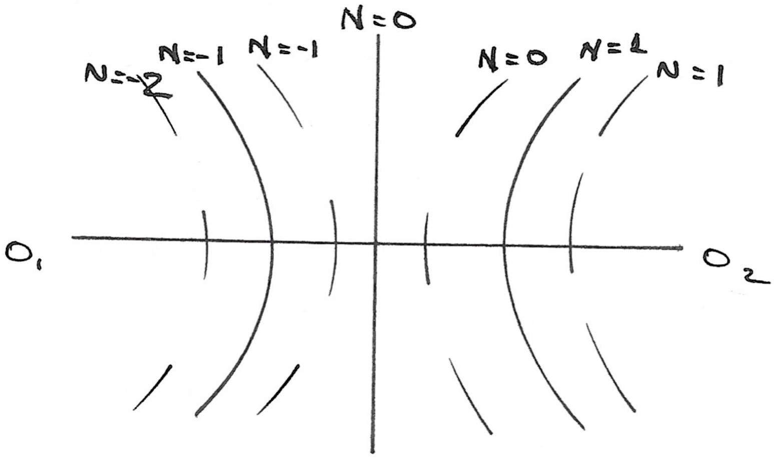
i. Για $0 < t < t_1$ το Μ είναι ακίνητο $y_M = 0$ $(t_1 < t_2)$

ii. Για $t_1 \leq t < t_2$ το Μ ταλαντώνεται λόγω του κύματος από την πηγή O_1: $y_M = y_{M,1} = A\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$.

iii. Για $t \geq t_2$ το Μ ταλαντώνεται λόγω και των δύο κυμάτων: $y_M = 2A\,\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$

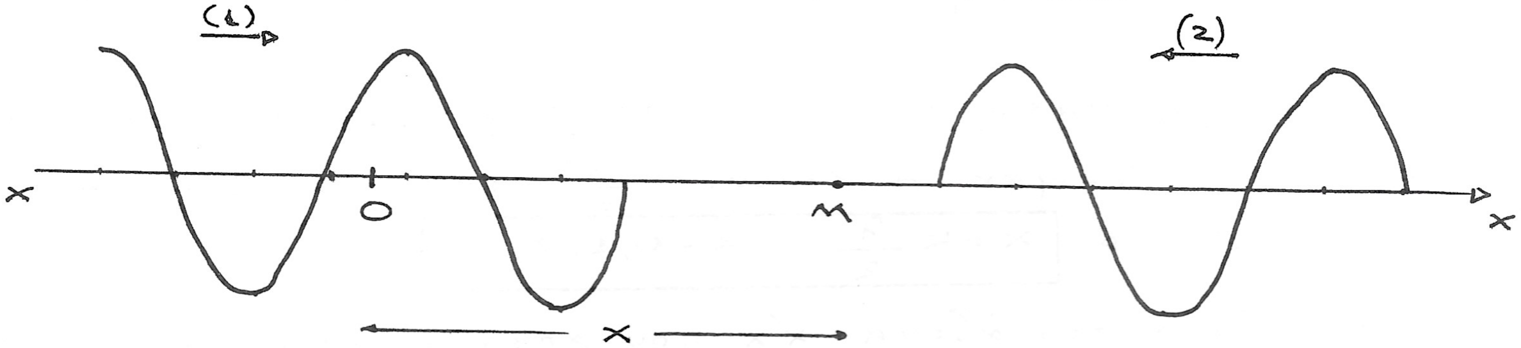
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ

Για τη λύση αυτών των προβλημάτων θα ξεκινήσουμε γράφοντας την εξίσωση που περιγράφει την ταλάντωση της πηγής ή των πηγών των κυμάτων.
Στη συνέχεια με τη βοήθεια της εξίσωσης τρέχοντος - αρμονικού κύματος μεταφέρουμε τα κύματα στα σημεία που πρέπει να μελετήσουμε.
Έτσι το πρόβλημα ανάγεται σε σύνθεση ταλαντώσεων και διερεύνηση αποτελεσμάτων.



ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με την ίδια ταχύτητα και προς αντίθετες κατευθύνσεις.



Επιλέγουμε ένα σημείο O του άξονα x'x στο οποίο οι απομακρύνσεις που προκαλούνται από τα δύο κύματα έχουν την ίδια εξίσωση $y_1 = y_2 = A\eta\mu\frac{2\pi}{T}t$.
Το σημείο O θεωρείται σαν αρχή μέτρησης των αποστάσεων $x=0$.
Σαν αρχή των χρόνων $t=0$ θεωρούμε τη χρονική στιγμή κατά την οποία η φάση στο σημείο O είναι μηδέν, δηλ. $y=y_1+y_2=0$ και $u>0$.
Ας μελετήσουμε τη συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

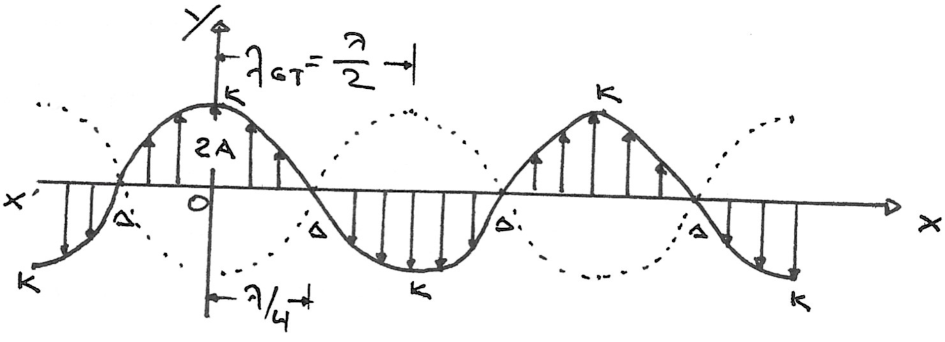
Στο σημείο O: $y_1 = A\eta\mu 2\pi\frac{t}{T} \xrightarrow{(M)} y_{M.1} = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$

Στο σημείο O: $y_2 = A\eta\mu 2\pi\frac{t}{T} \xrightarrow{(M)} y_{M.2} = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$

$\rightarrow y_M = y_{M.1} + y_{M.2} = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) + A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right) \rightarrow \ldots$

$\ldots\ldots \rightarrow \boxed{y_M = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\cdot\eta\mu\frac{2\pi}{T}t}$ Εξίσωση στάσιμου κύματος.

Η παραπάνω εξίσωση δεν αποτελεί εξίσωση κύματος, αλλά περιγράφει μια απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A' = 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|$ και συχνότητα ίση με τη συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν.
Προφανώς το πλάτος A' της ταλάντωσης δεν είναι ίδιο για όλα τα σημεία, αλλά εξαρτάται από τη θέση του σημείου.



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΤΟΥ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

(i) Το πλάτος $A' = \mu\alpha x.$ $\rightarrow 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda}\right| = \mu\alpha x \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} = \mu\alpha x = \pm 1$
$\rightarrow 2\pi \frac{x}{\lambda} = \kappa\pi \rightarrow \boxed{x = \kappa \frac{\lambda}{2}, \quad \kappa = 0, 1, 2, \ldots}$

Άρα τα σημεία του άξονα x'x που απέχουν από το σημείο-κοιλία O που λαμβάνεται ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων $(x=0)$, αποστάσεις: $\boxed{x = 0, \quad x = 1\frac{\lambda}{2}, \quad x = 2\frac{\lambda}{2}, \ldots, x = \kappa\frac{\lambda}{2}}$ εκτελούν ταλάντωση με μέγιστο πλάτος $A' = 2A$.
Τα σημεία αυτά ονομάζονται κοιλίες του στάσιμου κύματος.
Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κοιλιών του στάσιμου κύματος είναι ίση με $\frac{\lambda}{2} = \lambda_{\sigma\tau.}$, όπου $\lambda_{\sigma\tau.}$ το μήκος κύματος του στάσιμου κύματος.

(ii) Το πλάτος $A' = \mu\iota\nu$ $\rightarrow 2A\left|\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = 0 \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} = 0 = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \rightarrow$
$2\pi\frac{x}{\lambda} = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{x = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4}, \quad \kappa = 0, 1, 2, \ldots}$

Άρα τα σημεία του άξονα x'x που απέχουν από το σημείο-κοιλία O που λαμβάνεται ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων $(x=0)$, αποστάσεις: $\boxed{x = \frac{\lambda}{4}, \quad x = 3\frac{\lambda}{4}, \quad x = 5\frac{\lambda}{4}, \ldots, x = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4}}$ παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Τα σημεία αυτά είναι οι δεσμοί του στάσιμου κύματος.
Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του στάσιμου κύματος είναι ίση με $\frac{\lambda}{2} = \lambda_{\sigma\tau.}$

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Και εδώ ισχύουν όσα είπαμε για τα προβλήματα στη συμβολή των κυμάτων.
Δηλαδή γράφουμε την εξίσωση των δύο κυμάτων, τα μεταφέρουμε στο σημείο Μ, τα συνθέτουμε και τελικά διερευνούμε τα αποτελέσματα.

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΡΕΧΟΝΤΟΣ ΚΑΙ ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

	ΤΡΕΧΟΝ: $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$	ΣΤΑΣΙΜΟ: $y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{x}{\lambda}\,\eta\mu 2\pi\frac{t}{T}$
ΠΛΑΤΟΣ	Είναι το ίδιο για όλα τα σωματίδια.	Μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση των σωματιδίων από την τιμή $A'=0$ στους δεσμούς μέχρι την τιμή $A'=2A$ στις κοιλίες.
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	Όλα τα σωματίδια εκτελούν Α.Α.Τ. με την ίδια συχνότητα.	Όλα τα σωματίδια εκτελούν Α.Α.Τ. με την ίδια συχνότητα, εκτός των δεσμών που παραμένουν ακίνητα.
ΦΑΣΗ	Για δύο σημεία με $0<\Delta x\leq\lambda \rightarrow 0<\Delta\varphi\leq 2\pi$ όλα τα σωματίδια έχουν διαφορετική φάση.	Όλα τα σωματίδια μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν την ίδια φάση. Τα σωματίδια που βρίσκονται σε απόσταση $\lambda/2$ εκατέρωθεν ενός δεσμού έχουν διαφορά φάσης π rad. Όσα σημεία έχουν ίδια φορά κίνησης έχουν ίδια φάση.
Θ.Ι.	Τα υλικά σημεία του μέσου περνούν από τη Θ.Ι. τους διαφορετικές στιγμές.	Τα υλικά σημεία του μέσου περνούν ταυτόχρονα από τη Θ.Ι. τους.
ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ	Είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων που βρίσκονται σε συμφωνία φάσης.	Είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών. Ισχύει ότι: $\lambda_{\sigma\tau.} = \frac{\lambda}{2}$
ΕΝΕΡΓΕΙΑ	Μεταφέρεται ενέργεια κατά τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.	Δεν υπάρχει μεταφορά ενέργειας αφού αυτή εγκλωβίζεται στα όρια του ελαστικού μέσου.
ΚΥΜΑΤΟΜΟΡΦΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΔΙΑΔΟΣΗΣ	Προχωρεί με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Το τρέχον κύμα έχει ορισμένη διεύθυνση διάδοσης.	Δεν προχωρεί. Το ελαστικό μέσο γίνεται ευθύγραμμο δύο φορές σε κάθε περίοδο. Το στάσιμο κύμα δεν έχει διεύθυνση διάδοσης.