

5^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ : ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Κρούση ονομάζεται το φαινόμενο εκείνο κατά το οποίο δύο σώματα έρχονται σε επαφή για πολύ μικρό χρονικό διάστημα με ταχύτητες γενικά διάφορες του μηδενός και αλληλεπιδρούν με ισχυρές δυνάμεις ώθησης.

Αυτές οι ισχυρές δυνάμεις ώθησης παραμορφώνουν τα σώματα είτε λυγίζοντας είτε πρόσθικα.

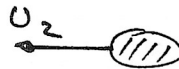
Ειδικότερα στον λιγνισμό, κρούση ονομάζεται κάθε φαινόμενο στο οποίο δύο σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με σχετικά μεγάλες δυνάμεις για πολύ μικρό χρόνο, χωρίς απαραίτητα να έρθουν σε επαφή. (Σκέδαση).

Α) Αυτήρχα με τη διεύθυνση κίνησης των σωμάτων πριν συχρυσούν, οι κρούσεις διακρίνονται σε:

i) Κεντρικές ή Κετωπικές, όπου τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συχρυσούνται βρίσκονται πάνω στην ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας τους.



ii) Εκκεντρες, όπου τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συχρυσούνται είναι παράλληλα μεταξύ τους.



iii) Πλάγιες, όπου τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συχρυσούνται δεν έχουν την ίδια διεύθυνση.



Β) Αυτήρχα με τη διατήρηση της κινητικής ενέργειας το συστήματος των συχρυσόμενων σωμάτων οι κρούσεις διακρίνονται σε:

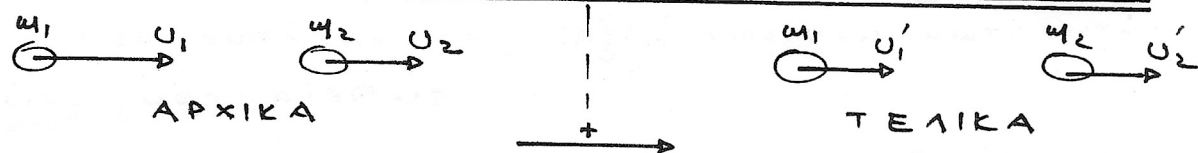
i) Ελαστικές, όπου διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των συχρούμενων σωμάτων.
 Έτσι στην ελαστική κρούση η φράση "η κινητική ενέργεια διατηρείται" είναι ισοδύναμη με τη φράση "η μηχανική ενέργεια διατηρείται".

Τα σώματα δεν συσσωματώνονται.

ii) Ανελαστικές, όπου και εδώ τα σώματα δε συσσωματώνονται αλλά ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των συχρούμενων σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

iii) Πηλαστικές, όπου τα σώματα συσσωματώνονται, υιοθετούν μετά την κρούση με κοινή ταχύτητα και χάνουν ενέργεια υπό μορφή θερμότητας λόγω παραμόρφωσής τους.

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΔΥΟ ΣΦΑΙΡΩΝ



Για το σύστημα $m_1 - m_2$: $\sum F_{ext} = 0 \xrightarrow{\text{Α.Δ.Ο.}} \vec{P}_{\text{ΑΡΧ.}} = \vec{P}_{\text{ΤΕΛ.}} \rightarrow$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2' \rightarrow m_1 (u_1 - u_1') = m_2 (u_2' - u_2) \quad (1)$$

Α.Δ.Ε. $\rightarrow K_{\text{ΑΡΧ.}} = K_{\text{ΤΕΛ.}} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 \rightarrow$
 $m_1 (u_1^2 - u_1'^2) = m_2 (u_2'^2 - u_2^2) \rightarrow m_1 (u_1 - u_1') (u_1 + u_1') = m_2 (u_2' - u_2) (u_2' + u_2) \rightarrow$
 $\xrightarrow{(1)} u_1 + u_1' = u_2' + u_2 \quad (2)$

$$\begin{cases} (1) \quad u_1 - u_1' = \frac{m_2}{m_1} (u_2' - u_2) \\ (2) \quad u_1 + u_1' = u_2' + u_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2 & (3) \\ u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} u_2 & (4) \end{cases}$$

Ειδικές περιπτώσεις:

i) Οι δύο σφαίρες έχουν ίσες μάζες, $m_1 = m_2$:

$$(3) \rightarrow u_1' = u_2 \quad \text{και} \quad (4) \rightarrow u_2' = u_1$$

Δηλαδή κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών που έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν τις ταχύτητές τους.

ii) Η σφαίρα Σ_2 είναι ακίνητη πριν την κρούση, $U_2 = 0$:

$$(3) \rightarrow U'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 \quad \text{και} \quad (4) \rightarrow U'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} U_1$$

Αν οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες $m_1 = m_2$, οι παραπάνω εξισώσεις δίνουν: $U'_1 = 0$ και $U'_2 = U_1$. Είναι αναμενόμενο

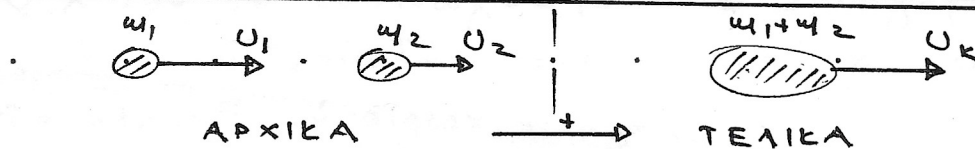
iii) Αν η σφαίρα Σ_2 είναι ακίνητη $U_2 = 0$ και έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα από την Σ_1 , $m_2 \gg m_1$:

$$(3) \rightarrow U'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 = \frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} U_1 = \frac{0 - 1}{0 + 1} U_1 \rightarrow U'_1 = -U_1$$

$$(4) \rightarrow U'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} U_1 = \frac{2 \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} U_1 = \frac{2 \cdot 0}{0 + 1} U_1 \rightarrow U'_2 \approx 0.$$

Ερμηνεύστε τα παραπάνω αποτελέσματα. Παίξετε λεγυρίο!

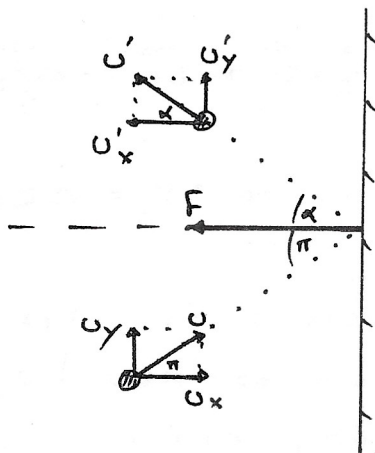
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΔΥΟ ΣΦΑΙΡΩΝ



Για το σύστημα m_1, m_2 : $\sum F_{\text{εξ}} = 0 \xrightarrow{\text{Α.Δ.Ο.}} \vec{P}_{\text{ΠΡΟ}} = \vec{P}_{\text{ΜΕΤΑ}} \rightarrow$
 $m_1 U_1 + m_2 U_2 = (m_1 + m_2) U_{\kappa} \rightarrow U_{\kappa} = \frac{m_1 U_1 + m_2 U_2}{m_1 + m_2}$

$$\text{Εκπ.} = \Delta K = Q = K_{\text{ΤΕΛ}} - K_{\text{ΑΡΧ}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) U_{\kappa}^2 - \left[\frac{1}{2} m_1 U_1^2 + \frac{1}{2} m_2 U_2^2 \right].$$

ΠΛΑΓΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΣΦΑΙΡΑΣ ΜΕ ΤΟΙΧΟ



Αφού η κρούση είναι ελαστική $\xrightarrow{\text{Α.Δ.Κ.Ε.}} \frac{1}{2} m U^2 = \frac{1}{2} m U'^2 \rightarrow U = U'$.

Για τη συνιστώσα της ταχύτητας κατά το άξονα χ ισχύει: $U_{\chi} = U'_{\chi} \rightarrow U \cos \pi = U' \cos \alpha \rightarrow \cos \pi = \cos \alpha \rightarrow \hat{\pi} = \hat{\alpha}$, δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με τη γωνία ανάκτοσης.

Στον άξονα χ η υάθετη δύναμη F που ασκείται από τον τοίχο στη σφαίρα προκαλεί μεταβολή της φοράς της $U_{\chi} = U'_{\chi}$.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΚΡΟΥΣΗΣ

Για να ηύσουμε προβλήματα κρούσης πρέπει να χωρίζουμε ότι:

(A) Σε όλη τα είδη των κρούσεων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, για την σωστή εφαρμογή της οποίας:

(i) Ορίζουμε το σύστημα σωμάτων που θα μελετήσουμε έτσι ώστε να μην αμελούνται ε' αυτό εξωτερικές δυνάμεις και εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για δύο χρονικές στιγμές που υπάρχουν η μία στην άλητη με τη κορφή $\vec{P}_{\text{αρχ.}} = \vec{P}_{\text{τελ.}}$ αφού ορίσουμε αυθαίρετα μία θετική φορά.

(ii) Αν δεν χωρίζουμε προς τα που κινείται ένα σώμα, υποθέτουμε ότι κινείται κατά τη θετική φορά. Αν τελικά η ταχύτητά του υπολογιστεί αρνητική, αυτό θα δείχνει ότι το σώμα κινείται αντίθετα.

(iii) Αν μελετούμε σώματα που δεν κινούνται στην ίδια διεύθυνση, επιλέγουμε δύο ορθογώνιους άξονες x, y, αναζητούμε τις ταχύτητες στους άξονες και εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για κάθε άξονα χωριστά: $P_{x, \text{αρχ.}} = P_{x, \text{τελ.}}$
 $P_{y, \text{αρχ.}} = P_{y, \text{τελ.}}$

(B) Ειδικά στην ελαστική κρούση ισχύει και η αρχή διατήρησης της ενέργειας την οποία εφαρμόζουμε με βάση των σχέσεων: $U_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} U_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} U_2$,
 $U_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} U_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} U_2$.
 οι ταχύτητες προσοχή, στις παραπάνω σχέσεις είναι κηκεβριανές μεχέθη και αντιπαθίστανται με τα πρόσημά τους.

(Γ) Στην
 ελαστική
 κρούση

A.Δ.Ο.	$\vec{P}_{01} = c\vec{t} \rightarrow \Delta \vec{P}_{01} = \vec{0} \rightarrow \Delta \vec{P}_1 + \Delta \vec{P}_2 = \vec{0} \rightarrow \Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$
A.Δ.Ε.	$K_{01} = c\vec{t} \rightarrow \Delta K_{01} = 0 \rightarrow \Delta K_1 + \Delta K_2 = 0 \rightarrow \Delta K_1 = -\Delta K_2$

(Δ) Στην ηλαστική κρούση, το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\alpha = \frac{E_{\text{απωθ.}}}{K_{\text{αρχ.}}} \cdot 100\% = \frac{K_{\text{αρχ.}} - K_{\text{τελ.}}}{K_{\text{αρχ.}}} \cdot 100\% \rightarrow \alpha = \left[1 - \frac{K_{\text{τελ.}}}{K_{\text{αρχ.}}} \right] \cdot 100\%$$