

Ερωτήσεις και Ασκήσεις στην Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση

Ερωτήσεις και Ασκήσεις Του Κ.Ε.Ε (κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας)

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση ή που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμά της.

1. Σε έναν τροχό που κυλίνεται με σταθερή ταχύτητα σε οριζόντιο επίπεδο
 - α. όλα τα σημεία του έχουν την ίδια στιγμή την ίδια ταχύτητα.
 - β. δεν υπάρχουν δύο σημεία του που να έχουν την ίδια ταχύτητα.
 - γ. όλα τα σημεία του έχουν την ίδια στιγμή την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα.
 - δ. όλα τα σημεία του έχουν την ίδια φορά κίνησης με διαφορετικό μέτρο ταχύτητας.

Ψηφιακό Σχολείο

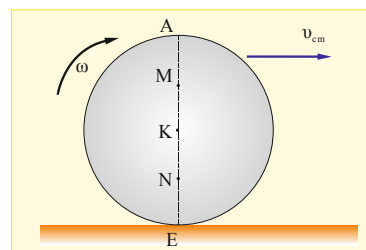
2. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα v_{cm} . Δύο σημεία, Μ και Ν, απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $v_M = 5v_N$. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $v_{cm} = v_M/2$

β) $v_{cm} = 3v_N$

γ) $v_{cm} = (v_M + v_N)/2$

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



3. Τροχός κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το σημείο Δ βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο Κ απόσταση $x = R/2$ (βρίσκεται πάνω από το Κ).

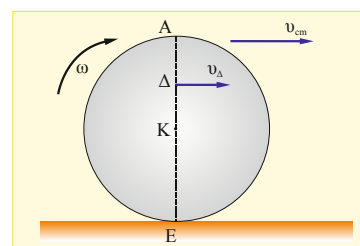
Εάν η ταχύτητα του Δ είναι v_Δ , η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

α) $v_{cm} = 3v_\Delta/2$

β) $v_{cm} = 2v_\Delta/3$

γ) $v_{cm} = v_\Delta/2$

Ποιο από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

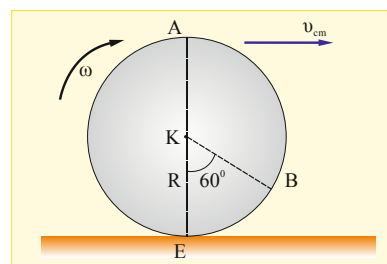


4. Τροχός κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα v_{cm} . Το B βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60° (όπως στο σχήμα).

Το μέτρο της ταχύτητας του B είναι:

- α) $v_B = v_{cm}$
- β) $v_B = v_{cm}\sqrt{2}$
- γ) $v_B = v_{cm}/2$
- δ) $v_B = 3v_{cm}/2$

Ποιό από τα παραπάνω είναι το σωστό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Ερωτήσεις του τύπου Σωστό /Λάθος

Οδηγία: Για να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αρκεί να γράψετε στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και δεξιά από αυτόν το γράμμα Σ αν την κρίνετε σωστή ή το γράμμα Λ αν την κρίνετε λανθασμένη.

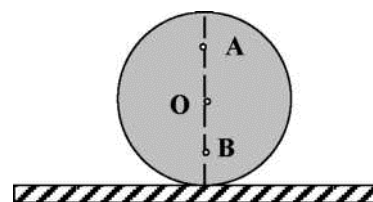
5. Αν x είναι η μετατόπιση του κέντρου μάζας ενός τροχού, οποίος κυλίζει, και θ η γωνία σε rad κατά την οποία στρέφεται μια ακτίνα του στον ίδιο χρόνο, τότε ισχύει $x = R\theta$.

Ερωτήσεις ανοικτού τύπου

6. Να αποδείξετε ότι αν η ταχύτητα του κέντρου μάζας ενός τροχού ακτίνας R , συνδέεται με τη γωνιακή του ταχύτητα με τη σχέση $v_{cm} = \omega R$, τότε ο τροχός δεν ολισθαίνει.

7. Για έναν τροχό, ο οποίος κυλίζει εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση, να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του με τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

8. Κύλινδρος ακτίνας R κυλίζει σε οριζόντιο επίπεδο. Το σχήμα παριστάνει μια κάθετη τομή του κυλίνδρου και τα σημεία A, O και B βρίσκονται πάνω στην ίδια κατακόρυφη διάμετρό του. Αν $(OA) = (OB) = \frac{3R}{4}$, να προσδιορίσετε το λόγο των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων A και B.



9. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση. Οι τροχοί του αυτοκινήτου έχουν ακτίνα 40cm και κυλίνουν χωρίς να ολισθαίνουν. Σε χρόνο 5s το αυτοκίνητο αποκτά ταχύτητα 72km/h. Να υπολογίσετε

- α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κάθε τροχού.
- β. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του κάθε τροχού.
- γ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας κάθε τροχού τη χρονική στιγμή $t = 8s$.
- δ. την απόσταση από το έδαφος, του σημείου της περιφέρειας των τροχών, το οποίο έχει ταχύτητα μέτρου $u_{cm}\sqrt{3}$.

ε. την επιτάχυνση του σημείου της περιφέρειας των τροχών, το οποίο απέχει από το έδαφος 80 cm .

στ. τον αριθμό των περιστροφών κάθε τροχού στο χρονικό διάστημα των 5 πρώτων s της κίνησης.

[Απ. α) 4 m/s^2 , β) 10 rad/s^2 , γ) 80 rad/s , δ) 60 cm , ε) 8 m/s^2 , στ) $62,5/\pi$]

Ψηφιακό Σχολείο

10. Ένα στερεό αποτελείται από 2 κατακόρυφους ομοαξονικούς κυλίνδρους κολλημένους μεταξύ τους που έχουν ακτίνες R και $2R$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον κοινό οριζόντιο άξονα των 2 κυλίνδρων σαν ένα σώμα. Στην περιφέρεια του κυλίνδρου ακτίνας R έχουμε τυλίξει αβαρές μη εκτατό νήμα. Την χρονική στιγμή $t = 0$, τραβάμε το νήμα οριζόντια με επιτάχυνση $a = 3\text{ m/s}^2$ ώστε το νήμα να ξετυλίγεται και το στερεό να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

Ζητείται:

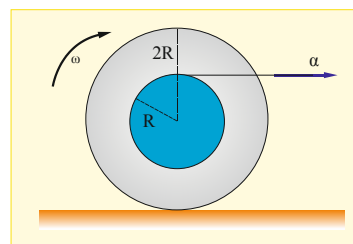
α) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του στερεού.

β) Όταν έχει ξετυλιχθεί μήκος νήματος $l = 5\text{ m}$, πόσο έχει μετακινηθεί το κέντρο μάζας του στερεού.

γ) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα του στερεού εκείνη τη στιγμή (αν δίνεται ότι η ακτίνα του μικρού κυλίνδρου είναι $R = 0,1\text{ m}$).

δ) Να βρεθεί η ταχύτητα του υψηλότερου σημείου του στερεού εκείνη τη στιγμή.

[Απ. α) 2 m/s^2 , β) $10/3\text{ m}$, γ) $\sqrt{1000/3}\text{ rad/s}$, δ) $4\sqrt{10/3}\text{ m/s}$]

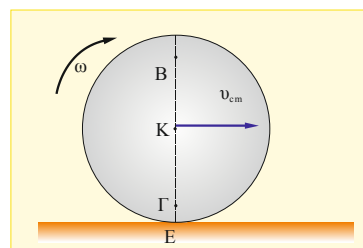


Προτεινόμενες Ασκήσεις στην Κύλιση χωρίς Ολίσθηση

11. Ο τροχός του σχήματος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει, σε οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου του τροχού στις εξής περιπτώσεις:

α) Αν δίνεται ότι τα σημεία Β και Γ του σχήματος, που ισαπέχουν από το κέντρο Κ, έχουν ταχύτητες με μέτρα αντίστοιχα $v_B = 15\text{ m/s}$ και $v_\Gamma = 25\text{ m/s}$.

β) Αν δίνεται ότι ένα σημείο Ζ, που βρίσκεται στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχει από το κέντρο απόσταση ίση με $R/2$, όπου R η ακτίνα του τροχού, έχει ταχύτητα μέτρου $v_Z = 30\text{ m/s}$.



[Απάντηση: α) 20 m/s , β) 20 m/s ή 60 m/s]

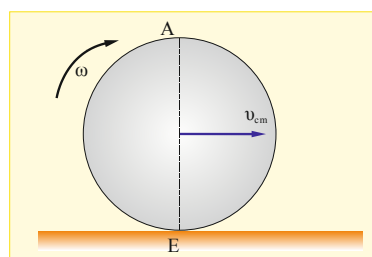
12. Δίσκος ακτίνας $R = 0,2\text{ m}$ κυλιέται σε οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Αν δίνεται η συχνότητα που δίσκου είναι ίση με $f = 1/\pi\text{ Hz}$, να βρείτε :

α) την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου

β) την ταχύτητα του κατώτατου σημείου του δίσκου και

γ) την ταχύτητα του ανώτατου σημείου του δίσκου .

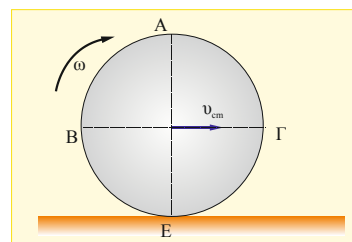
[Απάντηση: α) $0,4\text{ m/s}$, β) 0 m/s , γ) $0,8\text{ m/s}$]



13. Ένας τροχός ακτίνας $R = 0.5m$ κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο και σε κάθε $2s$ διανύει διάστημα $s = 10m$. Να βρείτε:

- α) την συχνότητα περιστροφής του τροχού και
 β) τις ταχύτητες των σημείων B και Γ
 γ) τον αριθμό των περιστροφών του τροχού σε χρόνο $t = 3s$.

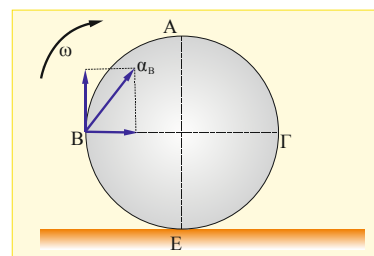
[Απάντηση: α) $5/\pi \text{ Hz}$, β) $5\sqrt{2} \text{ m/s}$, γ) $15/\pi$ στροφές]



14. Ένας κύλινδρος ακτίνας R κινείται σε οριζόντιο δάπεδο έτσι ώστε το κέντρο του να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει. Αν η επιτάχυνση του σημείου B που απέχει απόσταση R από το έδαφος έχει μέτρο $a_B = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$, να υπολογίσετε:

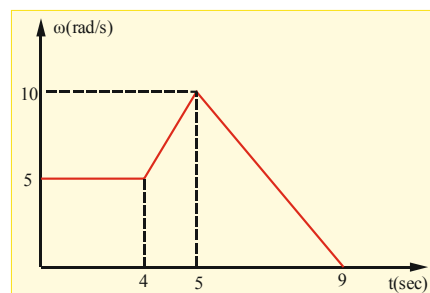
- α) την επιτάχυνση του κέντρου μάζας a_{cm}
 β) την επιτάχυνση του σημείου E
 γ) την επιτάχυνση των σημείων a_Γ και a_A και
 δ) την απόσταση που θα διανύσει ο κύλινδρος σε χρόνο $t = 2s$, αν δίνεται ότι την $t = 0s$ ο κύλινδρος ήταν ακίνητος.

[Απάντηση: α) $2m/s^2$, β) $0m/s^2$, γ) $4m/s^2$, $2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$, δ) $4m$]



15. Δίσκος ακτίνας $R = 0.2m$ κυλιέται σε οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνει με την γωνιακή του ταχύτητα να μεταβάλλεται σε σχέση με τον χρόνο σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Αν ο δίσκος την χρονική στιγμή $t = 0$ ήταν ακίνητος, να υπολογιστούν:

- α) η ταχύτητα του κέντρου μάζας την χρονική στιγμή $5s$
 β) οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας τις χρονικές στιγμές $t_1 = 4,5s$ και $t_2 = 8s$ και
 γ) η γωνία στροφής του δίσκου μέχρι την χρονική στιγμή $t = 6s$
 γ) να γίνει το διάγραμμα της γωνίας στροφής του δίσκου σε σχέση με τον χρόνο από $t = 0$ μέχρι $t = 9s$.

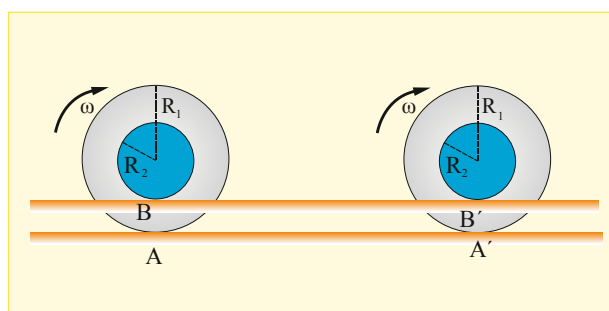


[Απάντηση: α) 2 m/s , β) 1 m/s^2 , $-0,25 \text{ m/s}^2$, γ) $36,25 \text{ rad}$]

Το παράδοξο του τροχού του Αριστοτέλη

Το παράδοξο του τροχού του Αριστοτέλη βρίσκεται στο βιβλίο Προβλήματα - Μηχανικά (η γνησιότητα του είναι αμφισβητούμενη). Με σύγχρονους όρους μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

Δύο ομόκεντροι τροχοί, στερεά συνδεδεμένοι μεταξύ τους με κοινό άξονα, ο ένας μικρότερης και ο άλλος μεγαλύτερης ακτίνας, όπως στο σχή-



μα, κυλούν χωρίς ολίσθηση σε αντίστοιχα παράλληλα επίπεδα. Ας θεωρήσουμε ότι ο μεγάλος τροχός έχει ακτίνα R_1 και ο μικρότερος R_2 . ($R_1 > R_2$)

Παρατηρούμε ότι όταν ο μεγάλος τροχός θα έχει διατρέξει απόσταση $2\pi R_1$ ίση με την περιφέρεια του, δηλαδή $AA' = 2\pi R_1$, τότε ο μικρότερης ακτίνας τροχός θα έχει διατρέξει απόσταση $BB' = AA'$. Αλλά $BB' = 2\pi R_2$ και έτσι $2\pi R_1 = 2\pi R_2$, άρα $R_1 = R_2$ πράγμα άτοπο.

Να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.