

Α' Λυκείου

**1^ο Πειραματικό Γενικό
Λύκειο Λάρισας**

Γεωμετρία

**4^ο Κεφάλαιο:
Παράλληλες ευθείες**

**4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου
4.8 Άθροισμα γωνιών κυρτού n -γωνου**

Πέμπτη, 6 Φεβρουαρίου 2025

4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου σελ.88 [1]

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

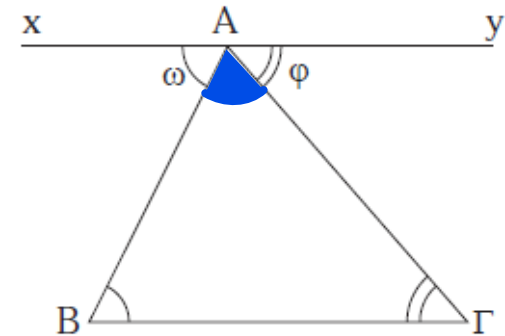
ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Από το σημείο A φέρω ευθεία $xy \parallel B\Gamma$, οπότε:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\omega} = \hat{B} \quad (1) \text{ ως εντός και εναλλάξ των } xy \parallel B\Gamma \text{ που τέμνονται από την } AB \\ \hat{\phi} = \hat{\Gamma} \quad (2) \text{ ως εντός και εναλλάξ των } xy \parallel B\Gamma \text{ που τέμνονται από την } A\Gamma \end{array} \right.$$

$$\text{Όμως, } \hat{\omega} + \hat{A} + \hat{\phi} = 2L \xrightarrow{(1), (2)} \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 2L.$$

Math is Visual



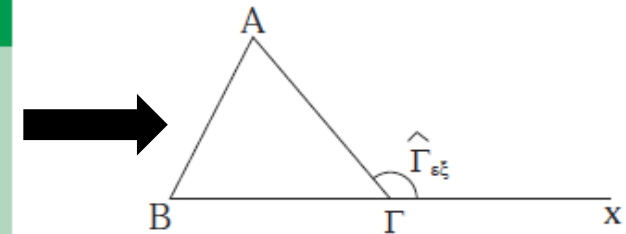
4.6 Άθροισμα γωνιών τριγώνου σελ.89 [2]

ΠΟΡΙΣΜΑΤΑ

- i) Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου.
- ii) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες, μία προς μία, έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες.
- iii) Οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι συμπληρωματικές.
- iv) Κάθε γωνία ισόπλευρου τριγώνου είναι 60° .

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

→ ii) – iv) Προφανή



ΑΠΟΔΕΙΞΗ

$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} &= 2L \\ \hat{\Gamma}_{\epsilon\xi} + \hat{\Gamma} &= 2L, \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} &= 2L \\ \hat{\Gamma}_{\epsilon\xi} + \hat{\Gamma} &= 2L, \end{aligned}} \right\} \text{άρα:}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \cancel{\hat{\Gamma}} = \hat{\Gamma}_{\epsilon\xi} + \cancel{\hat{\Gamma}}$$

$$\boxed{\hat{\Gamma}_{\epsilon\xi} = \hat{A} + \hat{B}}$$

4.8 Άθροισμα γωνιών κυρτού n -γώνου σελ.90 [3]

Το άθροισμα των γωνιών κυρτού n -γώνου είναι $2n - 4$ ορθές.

Το άθροισμα των γωνιών
τρίγωνου ($n=3$) είναι:

$$(2 \cdot 3 - 4) \text{ ορθές} = 2 \text{ ορθές} = 180^\circ$$

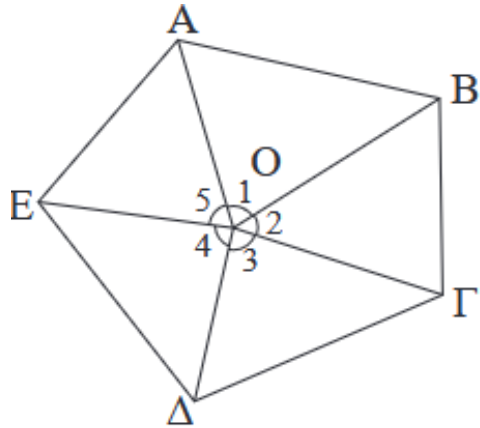
Το άθροισμα των γωνιών
τετράπλευρου ($n=4$) είναι:

$$(2 \cdot 4 - 4) \text{ ορθές} = 4 \text{ ορθές} = 360^\circ$$

Το άθροισμα των γωνιών
πενταγώνου ($n=5$) είναι:

$$(2 \cdot 5 - 4) \text{ ορθές} = 6 \text{ ορθές} = 540^\circ$$

4.8 Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου σελ.90 [4]



Σχήμα 21

$$n = 5$$

Κυρτό πεντάγωνο

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} + \hat{E} = ?$$

Έστω O ένα τυχαίο σημείο του κυρτού πενταγώνου $AB\Gamma\Delta E$.

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι ίσο με 2 ορθές.

Το άθροισμα των γωνιών και των 5 τριγώνων είναι ίσο με $2 \cdot 5$ ορθές.

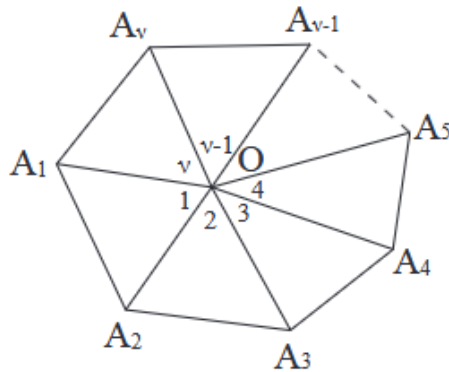
Αφαιρώ το άθροισμα των γωνιών:

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 + \hat{O}_5 = 4 \text{ ορθές,}$$

άρα μένει το άθροισμα των γωνιών του πενταγώνου: $(2 \cdot 5 - 4)$ ορθές.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} + \hat{E} = (2 \cdot 5 - 4) \text{ ορθές}$$

4.8 Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου σελ.90 [5]



Σχήμα 22

Κυρτό ν-γωνο

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \dots + \hat{A}_v = ?$$

Έστω O ένα τυχαίο εσωτερικό σημείο του κυρτού ν-γώνου $A_1A_2\dots A_v$.

Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι ίσο με 2 ορθές.

Το άθροισμα των γωνιών και των v τριγώνων είναι ίσο με $2 \cdot v$ ορθές.

Αφαιρώ το άθροισμα των γωνιών:

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \dots + \hat{O}_v = 4 \text{ ορθές}$$

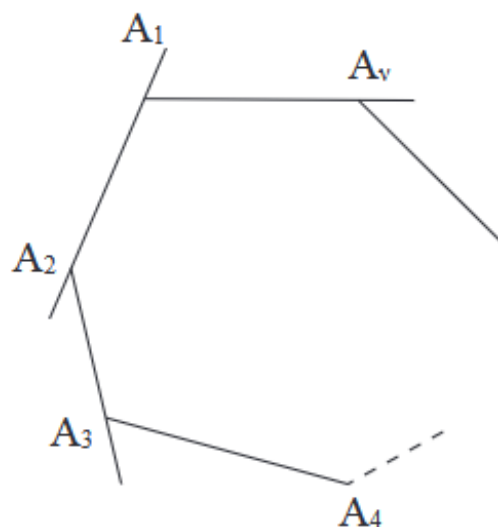
άρα μένει το άθροισμα των γωνιών του ν-γώνου: $(2v - 4)$ ορθές.

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 + \dots + \hat{A}_v = (2v - 4) \text{ ορθές}$$

4.8 Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου σελ.90 [6]

ΠΟΡΙΣΜΑ

Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κυρτού ν-γώνου είναι 4 ορθές.



Σχήμα 24

$$\hat{A}_{1\varepsilon\xi} + \hat{A}_{2\varepsilon\xi} + \dots + \hat{A}_{v\varepsilon\xi} = 4L$$



Η απόδειξη είναι εκτός ύλης.



Ευχαριστώ πολύ για τη συνεργασία!