

Α' Τάξη

**1^ο Πειραματικό Γενικό
Λύκειο Λάρισας**

Γεωμετρία

**2^ο Κεφάλαιο: Τα βασικά
γεωμετρικά σχήματα**

2.16 Απλές σχέσεις γωνιών

Παρασκευή, 20 Σεπτεμβρίου 2024

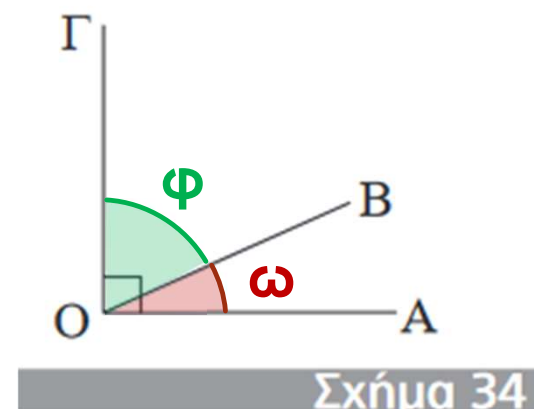
Συμπληρωματικές γωνίες σελ. 25 [1]

Δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές αν έχουν άθροισμα μία ορθή γωνία (90°).

Καθεμία από αυτές λέγεται και συμπλήρωμα της άλλης.

$$\hat{\omega} + \hat{\varphi} = 90^\circ$$

$$\hat{\omega} = 90^\circ - \hat{\varphi}$$



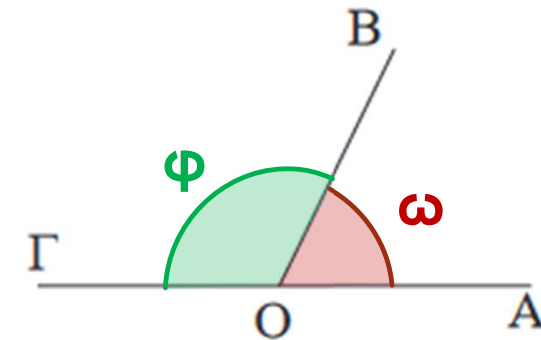
Παραπληρωματικές γωνίες σελ. 26 [2]

Δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές αν έχουν άθροισμα μία ευθεία γωνία (180°).

Καθεμία από αυτές λέγεται και παραπλήρωμα της άλλης.

$$\hat{\omega} + \hat{\varphi} = 180^\circ$$

$$\hat{\omega} = 180^\circ - \hat{\varphi}$$



Σχήμα 35

Παραπληρωματικές γωνίες σελ. 26 [3]

Προφανώς τα παραπληρώματα ή συμπληρώματα της ίδιας γωνίας (ή ίσων γωνιών) είναι ίσες γωνίες.

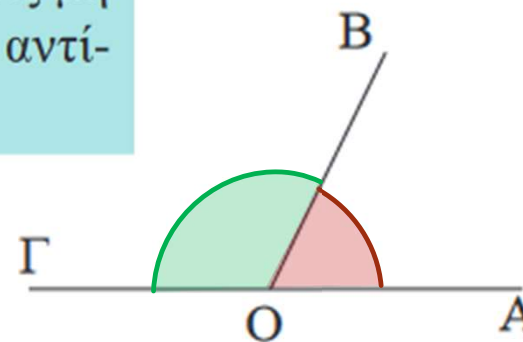
ΘΕΩΡΗΜΑ

Δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες έχουν τις μη κοινές πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες και αντίστροφα.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ



εντός ύλης



Σχήμα 35

Κατακορυφήν γωνίες σελ. 26 [4]

Δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν, αν έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές της μίας είναι προεκτάσεις των πλευρών της άλλης.

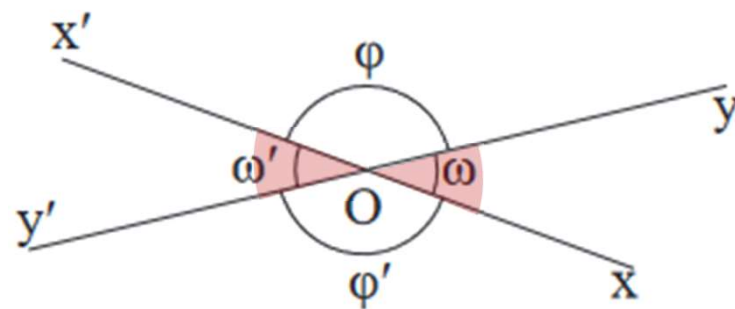
π.χ. $\hat{\omega}$, $\hat{\omega}'$ και $\hat{\phi}$, $\hat{\phi}'$ είναι κατακορυφήν γωνίες.

ΘΕΩΡΗΜΑ Ι

Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

$\hat{\omega} = \hat{\omega}'$ ως παραπληρώματα της ίδιας γωνίας $\hat{\phi}$



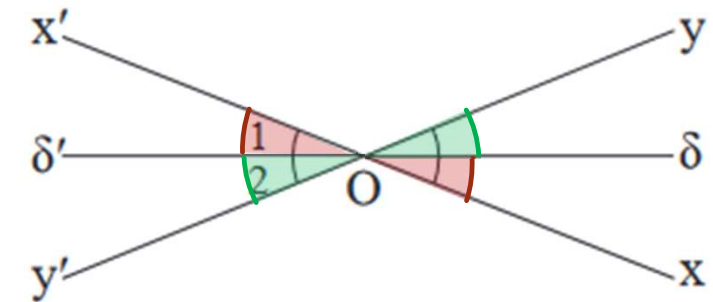
Σχήμα 36

Κατακορυφήν γωνίες σελ. 26-27 [5]

ΘΕΩΡΗΜΑ II

Η προέκταση της διχοτόμου μιας γωνίας είναι διχοτόμος της κατακορυφής της γωνίας.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ $\angle xOy, \angle x'Oy'$ κατακορυφές γωνίες
 $O\delta$ διχοτόμος της $\angle xOy$, άρα $\angle xO\delta = \angle yO\delta$
 $O\delta'$ προέκταση της $O\delta$, άρα
 $\angle xO\delta = \hat{O}_1$ και $\angle yO\delta = \hat{O}_2$
ως κατακορυφές γωνίες
Επομένως $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$, δηλαδή
 $O\delta'$ διχοτόμος της $\angle x'Oy'$



Σχήμα 37

Παραπληρωματικές γωνίες σελ. 27 [6]

ΘΕΩΡΗΜΑ III

Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών είναι κάθετες.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

$\hat{A}\hat{O}B$, $\hat{B}\hat{O}\Gamma$ εφεξής και παραπληρωματικές

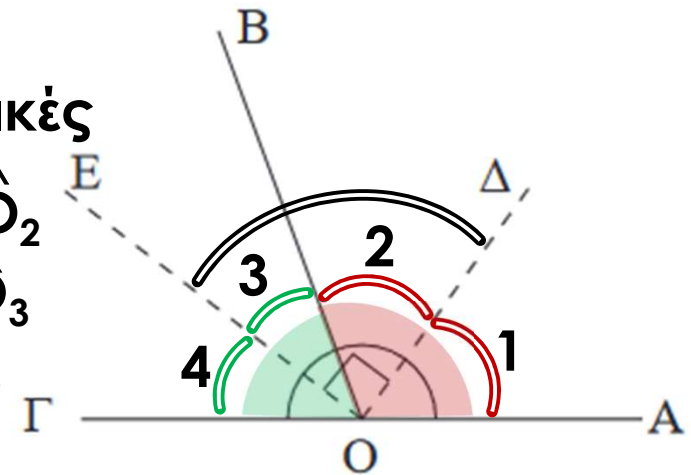
OD διχοτόμος της $\hat{A}\hat{O}B$, άρα $\hat{A}\hat{O}B = 2 \cdot \hat{O}_2$

OE διχοτόμος της $\hat{B}\hat{O}\Gamma$, άρα $\hat{B}\hat{O}\Gamma = 2 \cdot \hat{O}_3$

$$\hat{A}\hat{O}B + \hat{B}\hat{O}\Gamma = 180^\circ \quad \text{ή} \quad 2 \cdot \hat{O}_2 + 2 \cdot \hat{O}_3 = 180^\circ$$

$$\text{ή} \quad \frac{2 \cdot (\hat{O}_2 + \hat{O}_3)}{2} = \frac{180^\circ}{2} \quad \text{ή} \quad \hat{\Delta}\hat{O}E = 90^\circ$$

$$\hookrightarrow OD \perp OE$$



Σχήμα 38



Ευχαριστώ πολύ για τη συνεργασία!