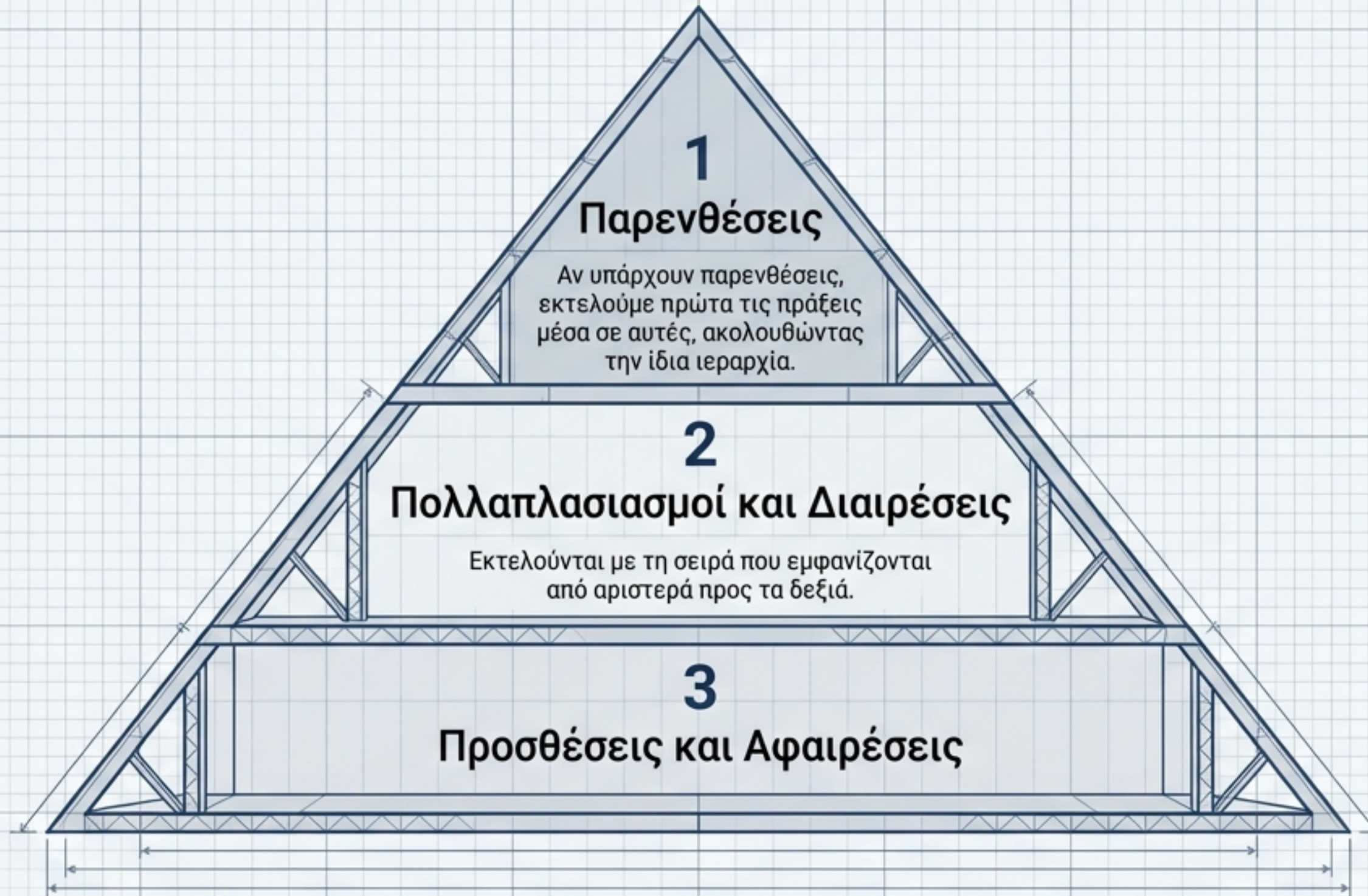


Η Αρχιτεκτονική των Πράξεων: Υπενθύμιση



Αριθμητική παράσταση ονομάζεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται με σύμβολα πράξεων.
Το τελικό αποτέλεσμα είναι η «τιμή» της.

Η Εξέλιξη του Υπολογισμού

Η Λύση στην Επαναλαμβανόμενη
Πρόσθεση

$$\underbrace{5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5}_{6 \text{ προσθετέοι}} = 6 \cdot 5$$

6 προσθετέοι

Η Λύση στον Επαναλαμβανόμενο
Πολλαπλασιασμό

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{6 \text{ παράγοντες}} = 5^6$$

6 παράγοντες

Όπως ο πολλαπλασιασμός απλοποιεί την πρόσθεση,
οι δυνάμεις απλοποιούν τον πολλαπλασιασμό.

Ορισμός και Ανατομία της Δύναμης

1 α (Βάση της Δύναμης): Ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του.

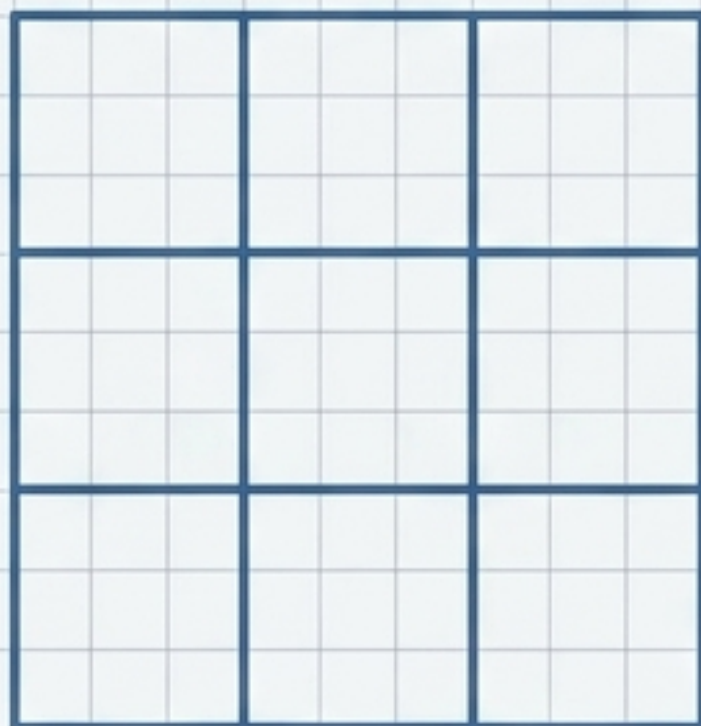
2 ν (Εκθέτης): Ο αριθμός που δείχνει πόσες φορές θα χρησιμοποιηθεί η βάση ως παράγοντας.

$$\alpha^{\nu} = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{\nu \text{ παράγοντες}}$$

Η έκφραση διαβάζεται:
«Δύναμη του α στη ν » ή « ν ιοστή δύναμη του α ».

Γεωμετρική Ερμηνεία: Τετράγωνα και Κύβοι

Το Τετράγωνο - α^2

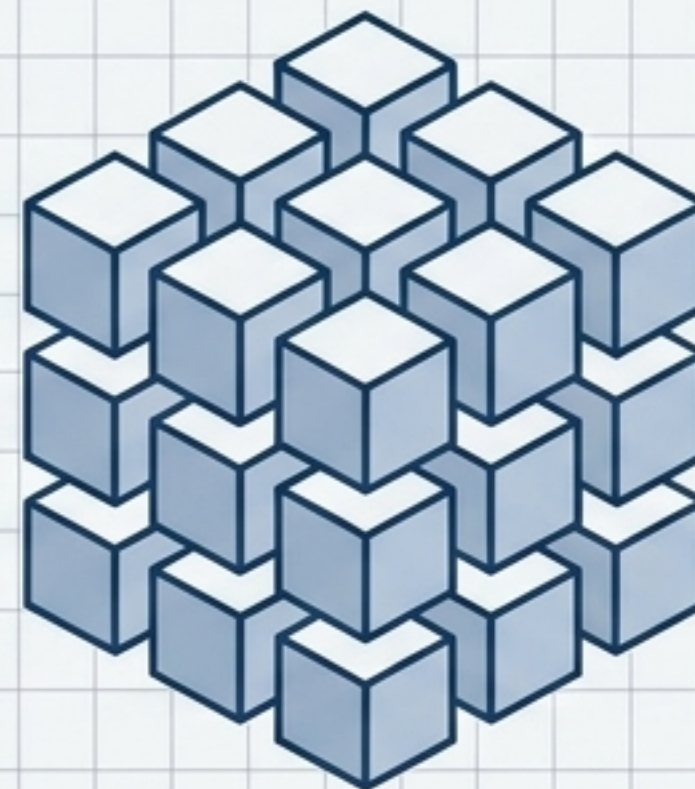


$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Η δύναμη του αριθμού στη δευτέρα (α^2) λέγεται **τετράγωνο** του α .

Ο Κύβος - α^3



$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

Η δύναμη του αριθμού στην τρίτη (α^3) λέγεται **κύβος** του α .

Θεμελιώδεις Ιδιότητες της Μονάδας

Η Πρώτη Δύναμη

$$a^1 = a$$

Η πρώτη δύναμη ενός αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

Παραδείγματα: $7^1 = 7$, $25^1 = 25$, $100^1 = 100$

Οι Δυνάμεις του Ένα

$$1^n = 1$$

Οι δυνάμεις του 1 είναι όλες ίσες με 1.

Απόδειξη: $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

Δυνάμεις του 10: Ο Κανόνας των Μηδενικών

$$\begin{aligned}10^2 &= 100 \\10^3 &= 1.000 \\10^4 &= 10.000 \\10^6 &= 1.000.000\end{aligned}$$

Κάθε δύναμη του 10 έχει τόσα μηδενικά όσος είναι και ο εκθέτης της.

Το DNA του Αριθμού: Αναλυτική Μορφή

7.604

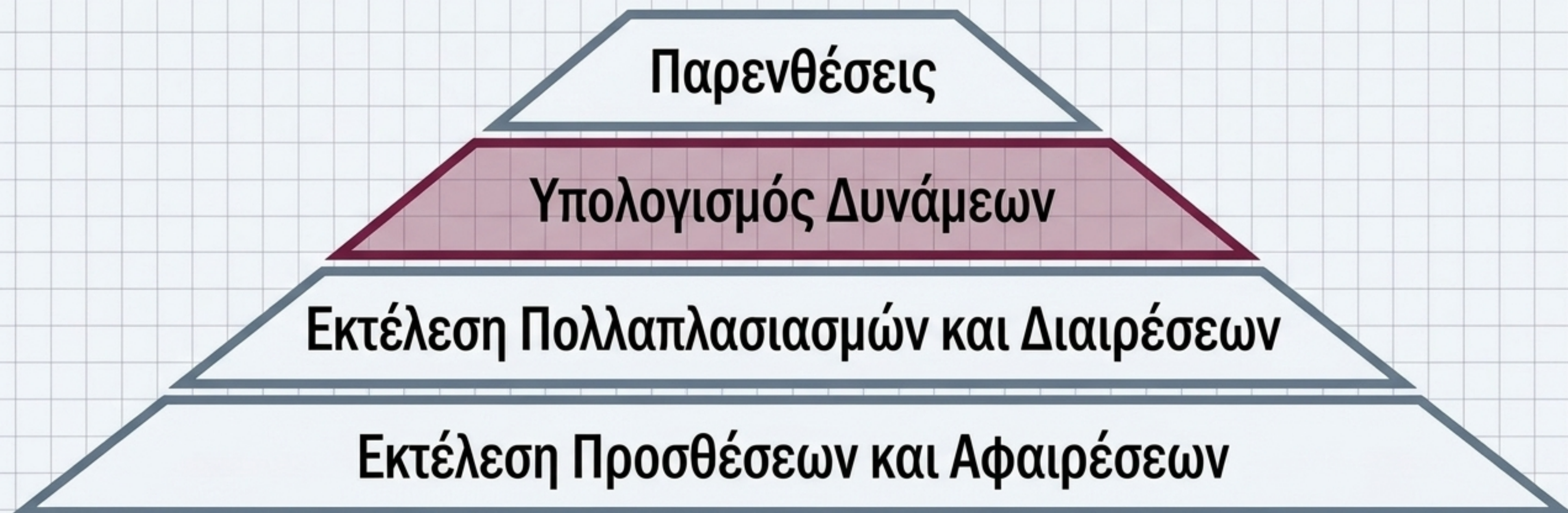
7 χιλιάδες + 6 εκατοντάδες + 0 δεκάδες + 4 μονάδες

$$7 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

$$7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 4$$

Ανάπτυγμα του αριθμού
σε δυνάμεις του 10

Η Νέα Ιεραρχία: Προτεραιότητα Πράξεων (Ενημερωμένη)



ΠΡΟΣΟΧΗ: Οι δυνάμεις υπολογίζονται ΠΑΝΤΑ πριν από τους πολλαπλασιασμούς, εκτός αν μια παρένθεση επιβάλλει άλλη σειρά.

Εφαρμογή Ιεραρχίας: Βήμα προς Βήμα

$$(2 \cdot 5)^4 + 4 \cdot (3 + 2)^2$$

Αρχική Παράσταση

$$10^4 + 4 \cdot 5^2$$

Βήμα 1: Παρενθέσεις

$$10.000 + 4 \cdot 25$$

Βήμα 2: Δυνάμεις

$$10.000 + 100$$

Βήμα 3: Πολλαπλασιασμοί

$$10.100$$

Βήμα 4: Πρόσθεση (Τελική Τιμή)

Διαγνωστικός Πίνακας: Μια Συχνή Παρανόηση

Είναι το $(6+5)^2$ ίσο με $6^2 + 5^2$;

Η Σωστή Προτεραιότητα

- Υπολογίζουμε πρώτα την παρένθεση:

$$\rightarrow (6+5)^2 = 11^2$$

$$11^2 = 121$$

⚠ Η Εσφαλμένη «Κατανομή»

- Υπολογίζουμε ξεχωριστά τις δυνάμεις:

$$\rightarrow 6^2 + 5^2 = 36 + 25$$

$$36 + 25 = 61 \times$$

$121 \neq 61$, επομένως **$(6+5)^2 \neq 6^2 + 5^2$**

Κανόνας: Ο εκθέτης δεν μοιράζεται ποτέ σε πρόσθεση ή αφαίρεση!

Σύνοψη Κανόνων και Συμβολισμών

Ορισμός & Ορολογία

$$\alpha^{\nu} = \alpha \cdot \alpha \dots \cdot \alpha$$

α = Βάση

ν = Εκθέτης

Ειδικές Ονομασίες

$$\alpha^2 = \text{Τετράγωνο του } \alpha$$

$$\alpha^3 = \text{Κύβος του } \alpha$$

Ιδιότητες Μονάδας & Δεκάδας

$$\alpha^1 = \alpha$$

$$1^{\nu} = 1$$

$$10^{\nu} = 100\dots 0 \text{ (με } \nu \text{ μηδενικά)}$$

Προτεραιότητα Πράξεων

1. Παρενθέσεις
2. Δυνάμεις
3. Πολλαπλασιασμοί & Διαιρέσεις
4. Προσθέσεις & Αφαιρέσεις

Ακαδημαϊκή Πρόκληση (Εφαρμογή)

Χρησιμοποιήστε μόνο τα σύμβολα των πράξεων (+ , ·) και παρενθέσεις () στα κενά, για να προκύψουν σωστές ισότητες:

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 = 13$$

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 = 14$$

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 = 15$$

$$1 _ 2 _ 3 _ 4 = 36$$

Η μαθηματική σκέψη απαιτεί δοκιμή, λογική και αυστηρή τήρηση της ιεραρχίας των πράξεων.