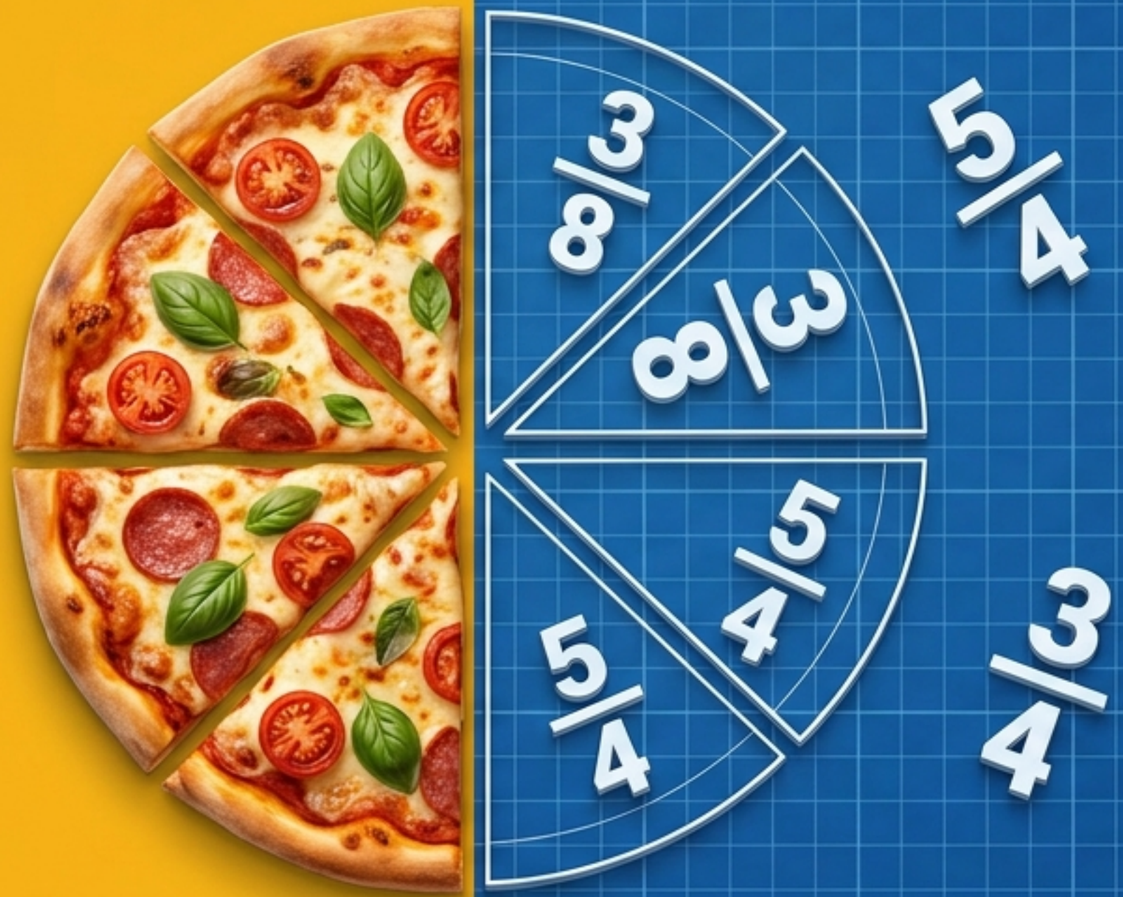
Ο Κόσμος των Κλασμάτων

Η τέχνη του να μοιράζεσαι δίκαια — από την πίτσα μέχρι τα Μαθηματικά.



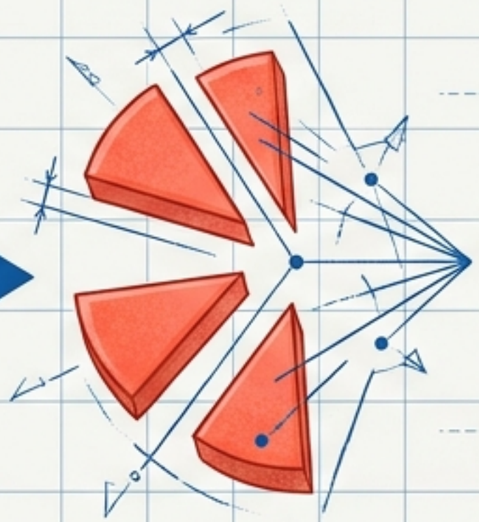
Gemini Notebook

Τι σημαίνει «Κλάσμα»;



Προέρχεται από το ρήμα κλάω (κόβω, τεμαχίζω).





Σημαίνει παίρνουμε ένα ολόκληρο (το «όλον») και το χωρίζουμε σε απολύτως ίσα μέρη.

$$\frac{1}{4}$$

Ο χρυσός κανόνας: Στα Μαθηματικά, το μοίρασμα πρέπει να είναι **πάντα δίκαιο** (ίσα μέρη).

Gemini Notebook

Η Ανατομία της Μηχανής



Αριθμητής (3): Πόσα κομμάτια πήραμε; (Το «φορτίο» μας).

Κλασματική Γραμμή (-): Το σύμβολο του διαχωρισμού.

Παρονομαστής (4): Σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε το όλον. (Η «βάση» μας).

⚠ ΠΡΟΣΟΧΗ:
Ο παρονομαστής δεν μπορεί να είναι ΠΟΤΕ μηδέν (ν ≠ 0). Δεν μπορούμε να χωρίσουμε κάτι σε 0 κομμάτια!

Gemini Notebook

Το Θεμέλιο:
Η Κλασματική Μονάδα

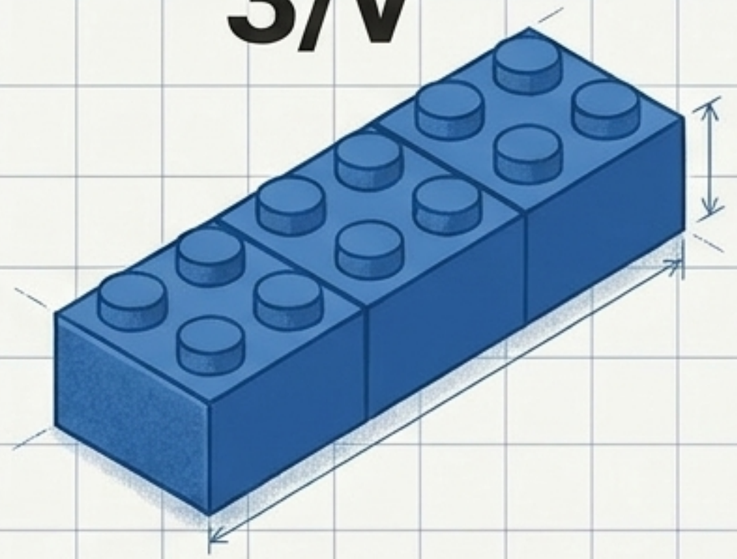
1/v



Το **1/v** είναι η **κλασματική μονάδα**. Αν ένα κλάσμα είναι ένας τοίχος, αυτή είναι το **ένα**, μοναδικό τούβλο.

$$\frac{\kappa}{v} = \kappa \times \frac{1}{v}$$

3/v

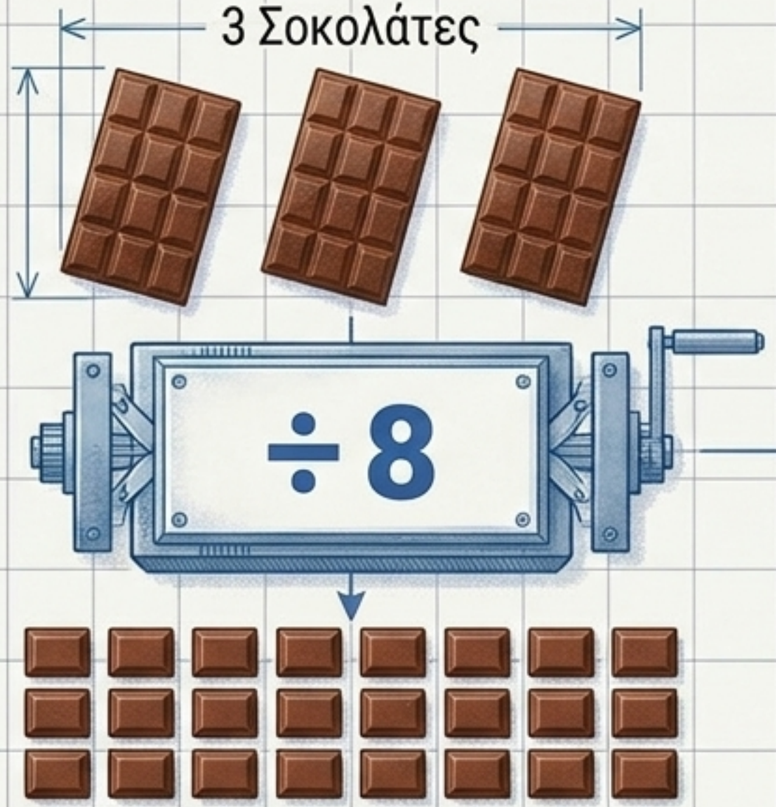


Κάθε κλάσμα φτιάχνεται πολλαπλασιάζοντας την κλασματική μονάδα. π.χ. Το **3/4** είναι απλά **3 × 1/4**.

Gemini Notebook

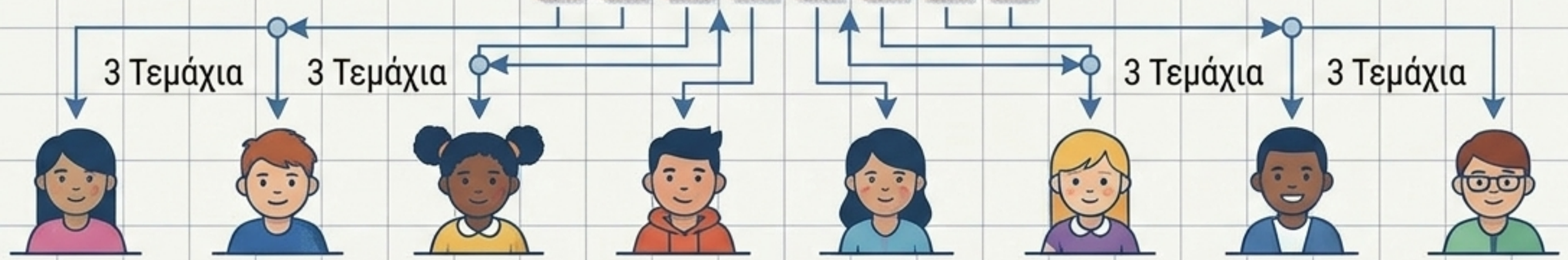
Το Παράδοξο της Σοκολάτας

Πώς μοιράζουμε 3 σοκολάτες σε 8 παιδιά;



Ένα κλάσμα είναι μια κρυφή διαίρεση!

$$\frac{3}{/8} = 3 : 8$$



Κάθε παιδί παίρνει τα 3/8 από τις τρεις σοκολάτες. Η κλασματική γραμμή είναι το σύμβολο της διαίρεσης.

Gemini Notebook

Σπάζοντας τους Κανόνες: Πάνω από 1

Μύθος:
Τα κλάσματα είναι πάντα μικρότερα από το ένα ολόκληρο.

Αλήθεια:
Όταν ο Αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον Παρονομαστή, έχουμε **«υπερχείλιση»!**

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8



Αφού 3/3 = 1 ολόκληρη πίτσα, τότε τα 8/3 είναι 2 ολόκληρες πίτσες και 2/3 από την τρίτη.

Άρα, 8/3 > 1
(διότι 8 > 3).

Gemini Notebook

Η Μυστική Ταυτότητα των Φυσικών Αριθμών

Κάθε φυσικός αριθμός (1, 2, 3, 4...) είναι στην πραγματικότητα ένα κλάσμα μεταμφιεσμένο.



Η Μεταμφίεση Η Αποκάλυψη

Μπορείς πάντα να μετατρέψεις έναν ακέραιο αριθμό σε κλάσμα, βάζοντας ως παρονομαστή το 1.

Παραδείγματα

$$6 = 6 : 1 = \frac{6}{1}$$

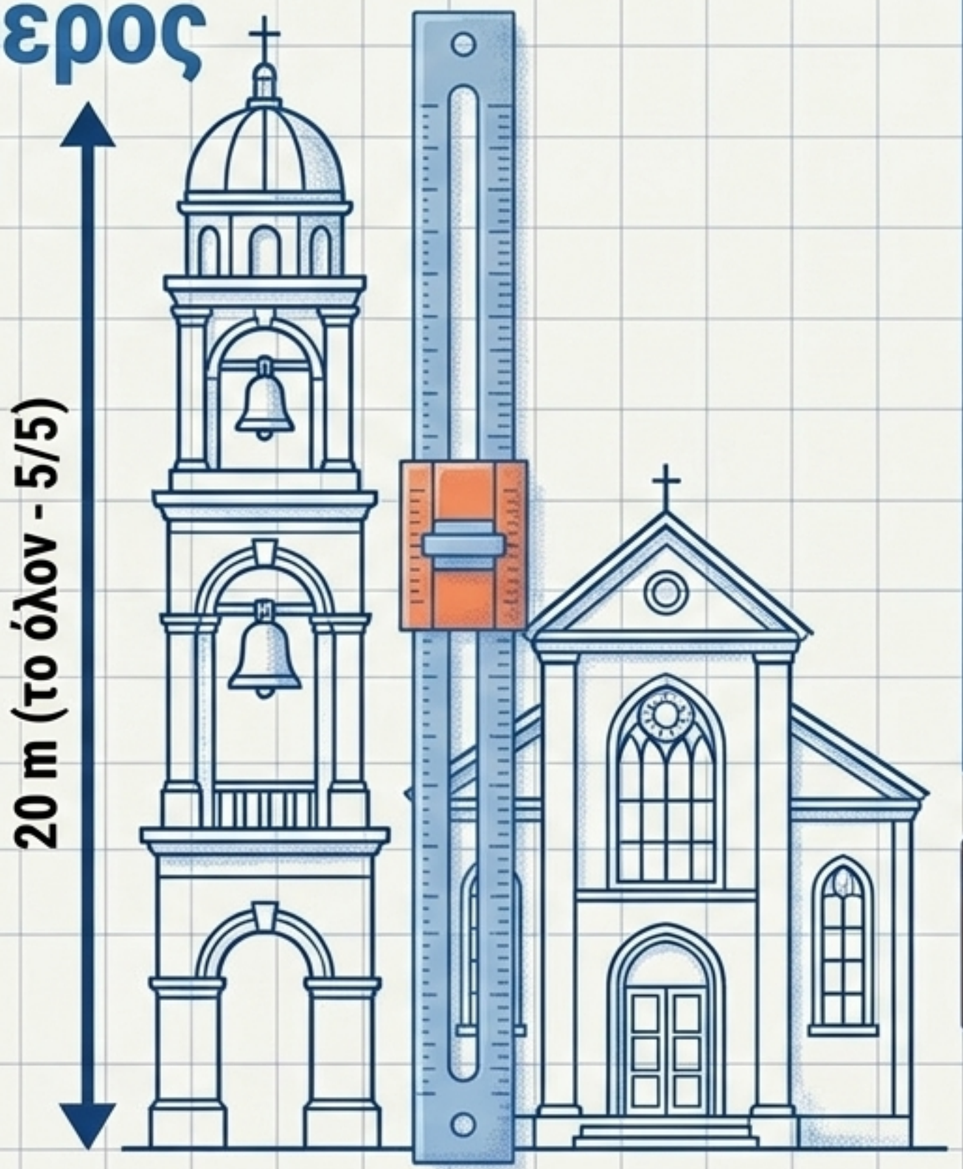
$$15 = \frac{15}{1}$$

$$21 = \frac{21}{1}$$

Gemini Notebook

Αποστολή 1: Βρίσκοντας το Μέρος

Το καμπαναριό έχει ύψος 20m. Η εκκλησία έχει ύψος τα 3/5 του καμπαναριού. Πόσο ψηλή είναι η εκκλησία;



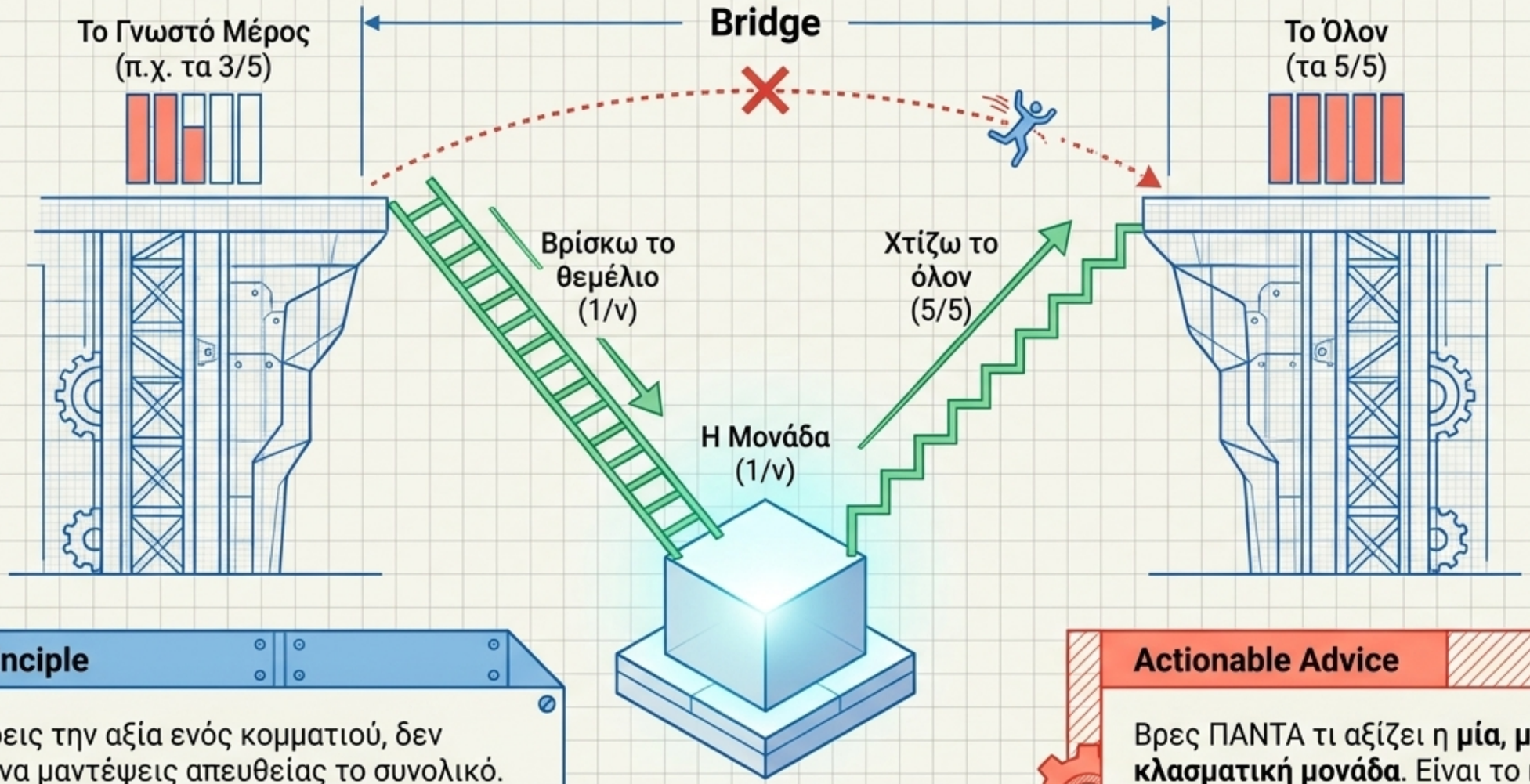
Βήμα 1 (Η Μονάδα):
Αν τα 5/5 είναι 20m, τότε το 1/5 είναι:
20 : 5 = 4m.

Βήμα 2 (Το Ζητούμενο):
Αφού θέλουμε τα 3/5, πολλαπλασιάζουμε:
4m × 3 = 12m.

Συμπέρασμα:
Το ύψος της εκκλησίας είναι 12m.

Gemini Notebook

Το Master Key:
Αναγωγή στη Μονάδα



Core Principle

Όταν ξέρεις την αξία ενός κομματιού, δεν μπορείς να μαντέψεις απευθείας το συνολικό. Πρέπει πρώτα να κατέβεις στο «θεμέλιο» (το 1/v).

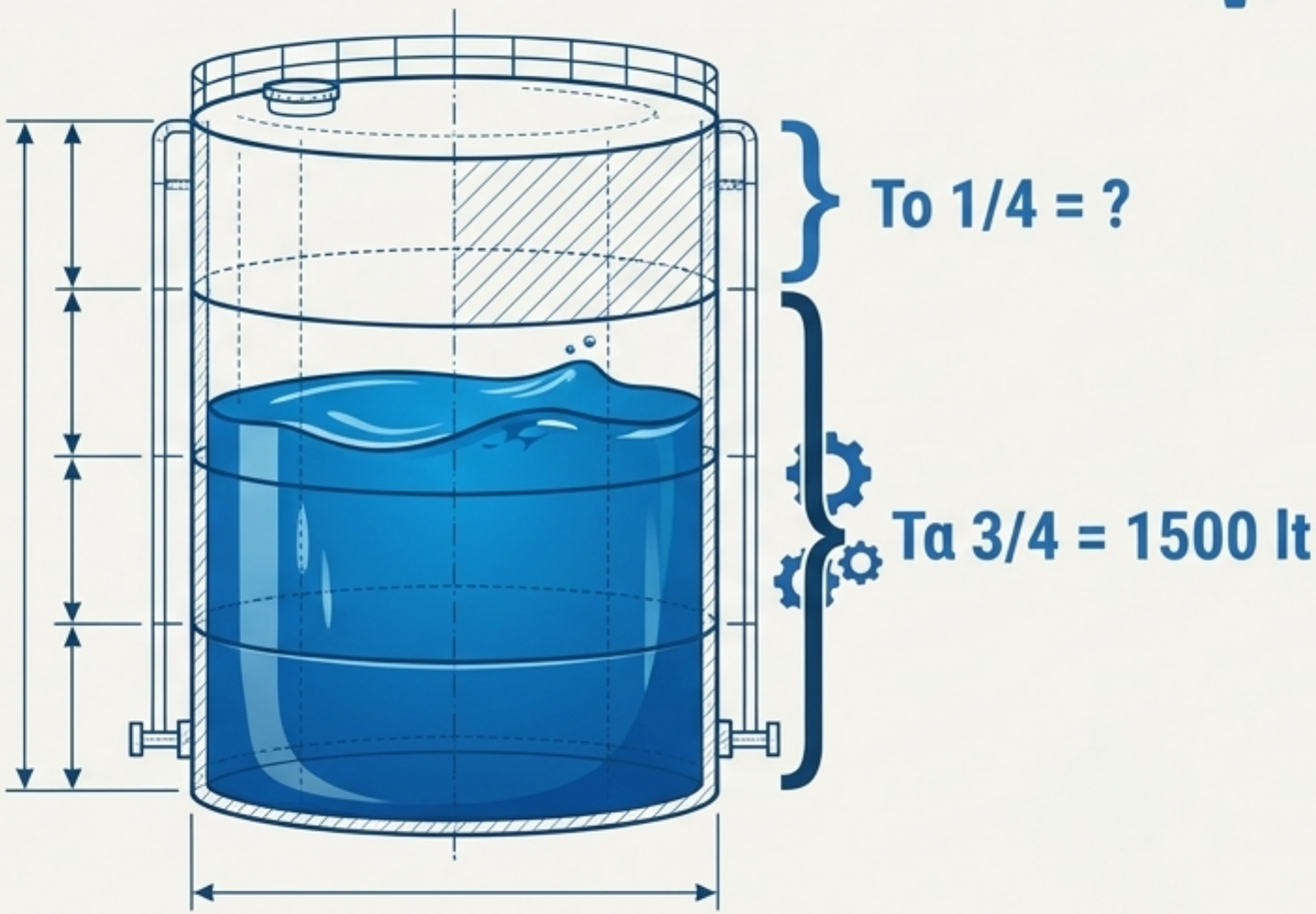
Actionable Advice

Βρες ΠΑΝΤΑ τι αξίζει η **μία, μοναδική κλασματική μονάδα**. Είναι το κλειδί που ξεκλειδώνει όλο το πρόβλημα.

Gemini Notebook

Αποστολή 2: Βρίσκοντας το Όλον

Η δεξαμενή είναι γεμάτη κατά τα 3/4, που αντιστοιχούν σε 1500 λίτρα. Πόσο χωράει ολόκληρη (4/4);



Step-by-Step Logic Panel

Αναγωγή στη Μονάδα:

- Αφού τα 3 μέρη (3/4) = 1500 lt...
- Το 1 μέρος (1/4) = 1500 : 3 = **500 lt**.

Υπολογισμός του Όλου:

- Άρα, ολόκληρη η δεξαμενή (τα 4 μέρη) = 4 × 500 = **2000 lt**.

Gemini Notebook

Η Απόλυτη Δοκιμασία: Το Μπαχαρικό

Αν τα 3/5 του κιλού κοστίζουν 27€, πόσο κοστίζουν τα 8/9;

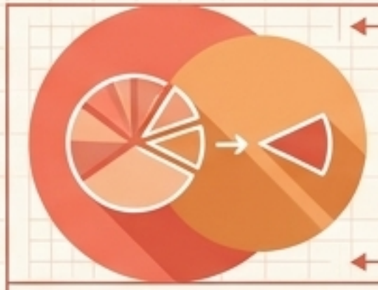


Calculation Path

1. Βρίσκουμε το 1/5: **27€ : 3 = 9€**.
2. Βρίσκουμε το ολόκληρο (1 = 5/5): **5 × 9€ = 45€**.
3. Αλλάζουμε βάση! Βρίσκουμε τη νέα μονάδα (1/9): **45€ : 9 = 5€**.
4. Βρίσκουμε το τελικό ζητούμενο (8/9): **8 × 5€ = 40€**.

Gemini Notebook

Ο Πίνακας Διάγνωσης (Ποιο μονοπάτι να διαλέξω;)



Ψάχνουμε το Μέρος
(Από το Όλον στο Μέρος)

Τι ξέρουμε	**Τη συνολική ποσότητα** (π.χ. Έκπτωση 2/5 σε φόρεμα 90€). 
Μέθοδος	**Διαιρούμε** με τον **παρονομαστή** → ÷ (για να βρούμε το 1 κομμάτι) και → × − **Πολλαπλασιάζουμε** με τον **αριθμητή**.
Πράξη	**(90 : 5) × 2 = 36€.**



Ψάχνουμε το Όλον
(Από το Μέρος στο Όλον)

Τι ξέρουμε	**Την αξία ενός κλάσματος** (π.χ. Τα 3/8 της τάξης είναι 12 μαθητές). 
Μέθοδος	**Διαιρούμε** με τον **αριθμητή** → ÷ (Αναγωγή στη μονάδα) και → × ÷ **Πολλαπλασιάζουμε** με τον παρονομαστή.
Πράξη	**(12 : 3) × 8 = 32 μαθητές.**

Gemini Notebook

Γρήγορες Προκλήσεις

Σε τάξη 28 μαθητών, απουσιάζουν 4. Τι κλάσμα είναι οι απόντες;

Απάντηση: Τα **4/28** της τάξης. $\frac{4}{28}$

Αν το 1/5 του κιλού είναι 14 καρύδια, πόσα έχει το κιλό;

Απάντηση: **14** × 5 = **70** καρύδια.

1/5 → **14**

5/5 → **70**

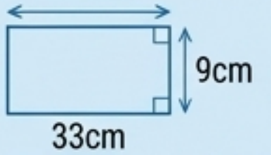
Ποιο μέρος του μήνα (30 μέρες) είναι οι 15 ημέρες;

Απάντηση: Τα **15/30** (ή αλλιώς, το **1/2**, ο μισός μήνας!).



Ορθογώνιο: Η μία πλευρά είναι **33cm**. Η άλλη είναι τα **3/11** της πρώτης. Πόση είναι η **2η πλευρά;**

Απάντηση: (33 : 11) × 3 = **9cm**.



Gemini Notebook

Ο Χάρτης του Μυαλού Σου

Έννοια

Είναι **Μοίρασμα & Διαίρεση** (Τα κομμάτια πρέπει να είναι ίσα. κ : ν = κ/ν).



ΚΛΑΣΜΑ κ/ν

Ανατομία

Αριθμητής (Πόσα πήραμε) / **Παρονομαστής** (Σε πόσα τα χωρίσαμε — Ποτέ 0!).

$$\frac{\text{Α}}{\text{ν}}$$

Α ← Αριθμητής

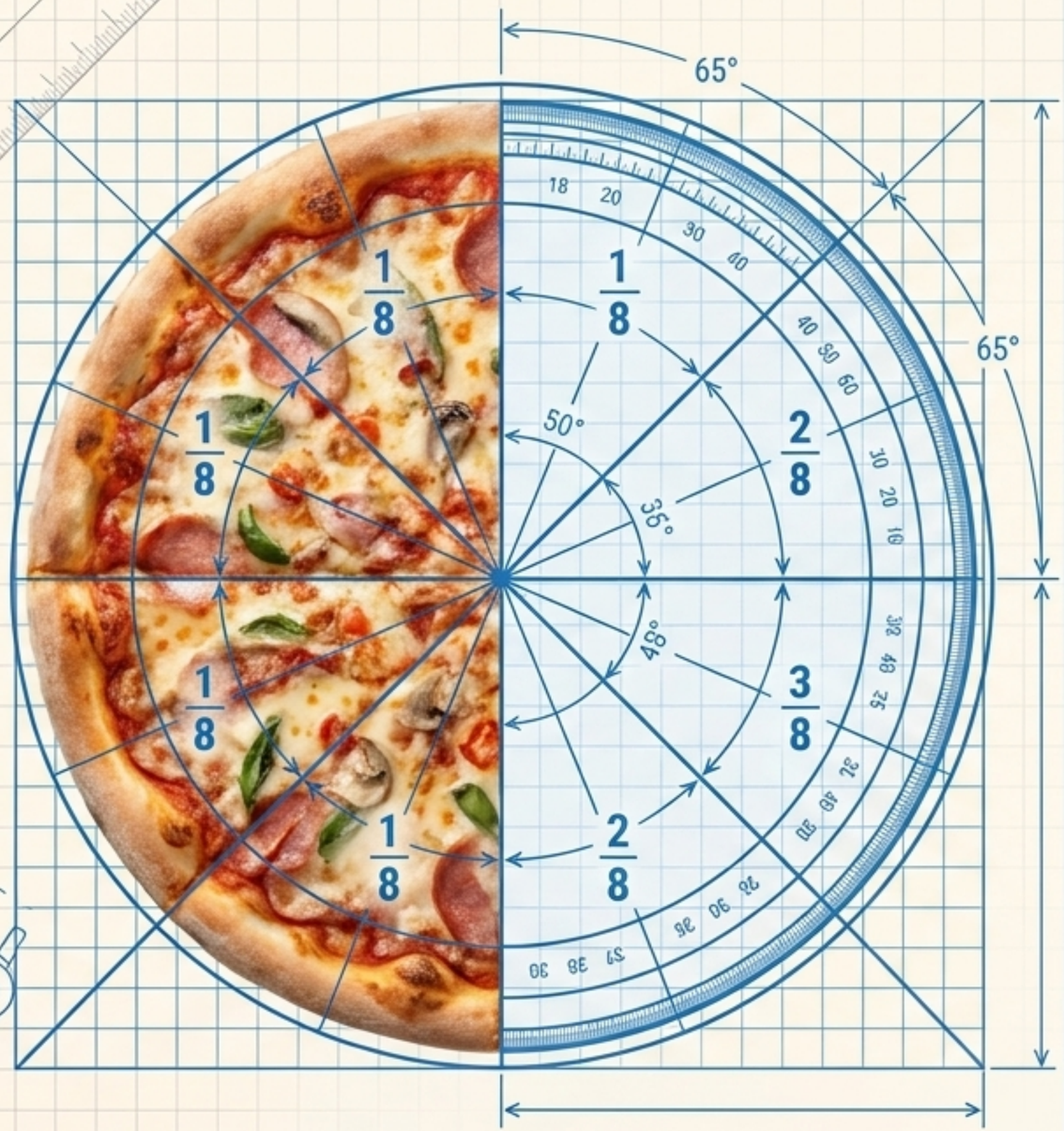
ν ← Παρονομαστής ⚠

Επίλυση

Αναγωγή στη Μονάδα (Βρίσκουμε πάντα την αξία του 1/ν πριν υπολογίσουμε το τελικό ποσό).

$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{ν}}$ → Τελικό ποσό

Gemini Notebook



Τα κλάσματα δεν είναι απλά αριθμοί.

Είναι ο τρόπος της φύσης να μοιράζει τα πράγματα δίκαια. Με τη δύναμη της Αναγωγής στη Μονάδα...

...είστε έτοιμοι να μοιράσετε τον κόσμο!

Gemini Notebook