

Πραγματικοί αριθμοί

Ά Λυκείου

ΓΕΛ Άργους Ορεστικού

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΓΕΩΡΓΙΟΣ Ε. ΚΑΡΑΦΕΡΗΣ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΛΑΔΟΥ ΠΕ03 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ:

1. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $[(-2)^2]^3$
2. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $[(-2)^2]^3$
3. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(-3^2)^3$
4. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $[-(-3)^2]^2$
5. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $[(-2)^{-2}]^{-3}$
6. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $2^4(-2)^3$
7. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(2^2)^2 4$
8. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(5^{-2})^3(5^{-4})^{-2}$
9. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(-1)^4(-2)^{-2}4^2$
10. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $2^{-5}:(2^3:2^6)$
11. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $4^{-2} - 2^{-3} + [(-2)^3]^{-2}$
12. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $2^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 4:\frac{1}{2^3}$
13. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $9 \cdot (27)^{-1}(3^2)^3:\left(\frac{1}{3^{-2}}:\frac{1}{81}\right)$
14. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{4}{27} \cdot 9:16\right] \cdot 6^{-3}$.
15. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α:
 $(\alpha^{-1}\alpha^{-2})^{-3}$
16. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α:
 $(\alpha \cdot \alpha^2)^2$
17. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α
 $:\left(\frac{\alpha}{\alpha^2}\right)^{-2}$
18. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α:
 $(\alpha^{-1}:\alpha^{-3})^{-2}$
19. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α:
 $(\alpha^5:\alpha^2)^3$
20. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του
 $\alpha:\alpha^{12}:(\alpha^4:\alpha^2)^4$
21. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α:
 $(\alpha \cdot \alpha^2 \cdot \alpha^3):(\alpha:\alpha^2)^{-1}$

22. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α :
 $[\alpha(\alpha^3\alpha^{-2})^0\alpha^{-4}]^2$

23. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α :
 $(\alpha^2:\alpha^3)^2(\alpha^3\alpha^4)^2$

24. ✎ Να γράψετε την παράσταση ως μια μόνο δύναμη του α :
 $\frac{(\alpha^2\alpha^4):\alpha^{-3}}{\alpha:(\alpha^2\alpha^3)^4}$

25. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(-2xy^2)^3$

26. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{-9x^2y}{3xy^2}$

27. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $-3(2x^{-1}y^2)^{-2}$

28. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{9x^8y}{3x^7y^{-2}}$

29. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{xy^2}{x^{-1}y}\right)^3$

30. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{6x^4y^{-4}}{4x^{-1}y^{-1}}\right)$

31. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{2x^3y^{-5}}{4x^{-2}y^{-2}}\right)^3$

32. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{x^3y^{-4}}{x^{-2}y^{-5}}\right)^{-2}$

33. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{-3x^4y^{-4}}{2x^{-1}y^{-1}}\right)^2$

34. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{-x^2y^{-3}}{x^{-1}y^{-4}}\right)^{-2}$

35. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{1}{2}x^4y^3\right)\left(\frac{1}{3}x^4y^{-5}\right)$

36. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{1}{3}x^{-6}y\right)(x^4y^{-1})$

37. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^{-2}\left(\frac{2y^3}{x^4}\right)$

38. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{(x^3y^2)^{-2}\cdot(x^{-4}y^3)^{-1}}{(x^3:y^2)^{-2}}$

39. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση:
 $(x^4y^5)^{-2}(x^{10}y^{12})^0(x^2y)^4(x^2)^3(y^2)^4$

40. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{x^{-6}(x^2)^{-1}}{(x^2)^{-2}(x^{-2})^3}$
41. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left[\frac{(x^2y^{-2})^2}{(x^{-4}y^2)^{-1}} \right]^{-2}$
42. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\frac{x^4y^{-1}(x^{-2}y)^3}{x^{-3}y(xy)^3y^{-4}}$
43. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{-2y^4}{x^5}\right)^{-2}$
44. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση:
 $\left(\frac{1}{8}x^{-1}y^4\right)^{-2} \cdot \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{-2x^2}{y^3}\right)^{-4}$
45. ✎ Να υπολογιστεί η παράσταση:
 $\left[\left(\frac{x^2}{y^3}\right) \cdot \left(\frac{x^{-4}}{y^{-5}}\right)^3 \cdot (x \cdot y^{-3})^{-5}\right]^{-1} : \left[\left(\frac{x}{y^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{y}{x^3}\right)^3\right]^5$
46. ✎ Αν $x=1000$ και $y=\frac{1}{1000}$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = (x^{-2}y)^3 \cdot (x^2 \cdot y^{-1})^2 \cdot 2x^3$
47. ✎ Αν $x=-1,25$ και $y=0,8$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = [(x^{-1} \cdot y^2)^3 : (x^7 \cdot y^3)^{-1}]^2$
48. ✎ Αν $x=0,5$ και $y=2$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = [x^3 \cdot y \cdot (x^{-2})^{-2}] : (y^2)^{-3}$
49. ✎ Αν $x=-3$ και $y=\frac{1}{3}$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = [(x^{-1} \cdot y)^{-2} : (x^7 \cdot y^3)]^{-2}$
50. ✎ Αν $x=2016$ και $y=\frac{1}{2016}$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = \frac{x \cdot (x^4 \cdot y^5)^4}{x^{-9}y^{-1}(x^{-2} \cdot y^{-3})^5}$
51. ✎ Αν $x=5000$ και $y=\frac{1}{5000}$ να υπολογίσετε την παράσταση:
 $A = \frac{x^{-2} : (-2y^4)}{(y^{-1} \cdot x)^{-3} \cdot (y^{-2})^4}$

52. ✎ Αν $x=2017$ και $y=\frac{1}{2017}$ να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \frac{(x \cdot y^{-2})^3 \cdot (x^2 \cdot y)^{-1}}{(y^{-1})^7 \cdot (-y)}$$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

53. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(x - 2)^2$

54. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(x + 3)^2$

55. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(2x - 5)^2$

56. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(2\alpha - 3\beta)^2$

57. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(\alpha + 2\beta)^2$

58. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x - 2y)^2$

59. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(2x + 3y)^2$

60. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(2x^2 - 3y)^2$

61. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x^2 + 3x)^2$

62. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-2x - 3)^2$

63. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x + 3y)^2$

64. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $\left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y\right)^2$

65. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $\left(2x^2 - \frac{1}{2}y\right)^2$

66. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(-3x + y)^2$

67. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(-x + 2y)^2$

68. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(-2x - 3)^2$

69. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(-2x - y^2)^2$

70. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(x - 2)^3$

71. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(x + 1)^3$

72. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x + 2)^3$

73. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(2x + 3)^3$

74. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x - 3)^3$

75. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x - 2y)^3$

76. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x - 2)^3$
77. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x^2 - x)^3$
78. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x + 2y)^3$
79. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-3x + y)^3$
80. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(2a - 3)^3$
81. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(3a + 2b)^3$
82. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(1 - 3x)^3$
83. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(x - 2y^2)^3$
84. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $(2ab - 3)^3$
85. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα : $\left(2x^2 + \frac{1}{2}y\right)^3$
86. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x - 3)(x + 3)$
87. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(2x - 3y)(2x + 3y)$
88. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x - 3)(-x + 3)$
89. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(-x + 3)(x + 3)$
90. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^2 - 1$
91. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^2 - 9y^2$
92. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $4x^2 - 1$
93. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 - 1$
94. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 - 8$
95. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 - 27y^3$
96. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 + 8$
97. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 + 1$
98. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $x^3 + 27y^3$
99. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x + y + 2z)^2$
100. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(3x + 2y + z)^2$
101. ✎ Να αναπτύξετε την ταυτότητα: $(x + 2y + 3z)^2$
102. ✎ Να κάνετε τις πράξεις:

$$(x - 2)^2 + (x + 3)^2 - (x - 1)^3 + (x - 4)(x + 4)$$
103. ✎ Να κάνετε τις πράξεις:

$$(x - 2)^3 + (x - 3)^2 - (x - 1)^2 + (x - 2)(x + 2)$$

104. ✎ Να κάνετε τις πράξεις:

$$(2x - 1)^2 + (3x + 1)^2 - (x + 1)^3 + (-x + 5)(x + 5)$$

105. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\beta\gamma$$

106. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$(\alpha + \beta - \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta - 2\alpha\gamma - 2\beta\gamma$$

107. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα : $4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$

108. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

109. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 + 2\alpha\beta$

110. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$(\alpha^2 - \beta^2)^2 + (2\alpha\beta)^2 = (\alpha^2 + \beta^2)^2$$

111. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$(\alpha^2 + \beta^2)(x^2 + y^2) = (\alpha x + \beta y)^2 + (\alpha x - \beta y)^2$$

112. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα χρησιμοποιώντας τη βοηθητική συνθήκη που σας δίνεται (ταυτότητες υπό συνθήκη) :

$$\text{Αν ισχύει } \alpha + \beta + \gamma = 0 \text{ να δείξετε ότι : } \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 3\alpha\beta\gamma .$$

113. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα χρησιμοποιώντας τη βοηθητική συνθήκη που σας δίνεται (ταυτότητες υπό συνθήκη) :

$$\text{Αν ισχύει } \alpha + \beta + \gamma = 2\tau \text{ να δείξετε ότι :}$$

$$(\tau - \alpha)^2 + (\tau - \beta)^2 + (\tau - \gamma)^2 + \tau^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 .$$

114. ✎ Να αποδείξετε την ταυτότητα χρησιμοποιώντας τη βοηθητική συνθήκη που σας δίνεται (ταυτότητες υπό συνθήκη) :

$$\text{Αν ισχύει } \alpha + \beta = 1 \text{ να δείξετε ότι : } (\alpha^2 - \beta^2)^2 = \alpha^3 + \beta^3 - \alpha\beta .$$

115. ✎ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2$ και χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα υπολογίστε την παράσταση :

$$\left(\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999}\right)^2 - \left(\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999}\right)^2 .$$

116. ✎ Με τη βοήθεια της ταυτότητας $\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta)$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i) $1001^2 - 999^2$, ii) $99 \cdot 109$, iii) $\frac{7,23^2 - 4,23^2}{11,46}$

117. ✎ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\alpha(\alpha - 2) - (\alpha - 1)^2$ και χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα υπολογίστε την παράσταση : $2005 \cdot 2003 - 2004^2$.

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

118. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $4x - 12$, ii) $10x^3 - 15x^2$, iii) $x^2 - x$, iv) $24xy - 16y$
v) $12x^2y - 8xy^2$, vi) $x(\alpha - \beta) - y(\alpha - \beta)$,
vii) $5\beta^2(\alpha + 2) - 10\beta(\alpha + 2)$, viii) $x^2(\alpha - 3) - 5x(3 - \alpha)$

119. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 - 4$, ii) $1 - 4x^2$, iii) $9\alpha^2 - 16$, iv) $16x^2 - 25\alpha^2$
v) $4\alpha^3 - 49\alpha$, vi) $2\alpha^2 - 18\beta^2$, vii) $x^3 - 81x$, viii) $50x^3 - 8x$.

120. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^3 - 1$, ii) $x^3 + 8$, iii) $8\alpha^3 - 27$, iv) $3\beta^3 - 24$
v) $27\alpha^3 - 64$, vi) $\alpha^4 + 8\alpha$, vii) $x^6 + 8y^3$, viii) $5x^4 - 40x$.

121. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^4 - 1$, ii) $x^5 - 1$, iii) $x^6 - 1$, iv) $x^5 - 32$
v) $2\alpha^5 - 64$, vi) $\alpha^4 - 16$, vii) $x^4 - 81$, viii) $x^5 - 128$.

122. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 + 6x + 9$, ii) $9x^2 + 12x + 4$, iii) $x^2 - 2x + 1$,
iv) $9\alpha^2 - 12\alpha\beta + 4\beta^2$, v) $3x^2 + 6xy + 3y^2$, vi) $2x^2 + 20x + 50$,
vii) $1 - 6x + 9x^2$, viii) $-56x + 49 + 16x^2$, ix) $36x^2 + 25y^2 + 60xy$.

123. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 + 5x + 6$, ii) $x^2 + 3x + 2$, iii) $x^2 + 4x - 5$, iv) $x^2 - 6x + 8$
v) $x^2 - x - 2$, vi) $x^2 + x - 6$, vii) $x^3 - x^2 - 2x$, viii) $x^3 + 4x^2 - 12x$

124. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 + 2xy - 8y^2$, ii) $x^2 - 2xy - 3y^2$, iii) $x^4 + 9 - 3x^2$

125. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 - xy + 4y - 4x$, ii) $x^3 + x^2 + 3x + 3$, iii) $x^3 - 2x^2 - 25x + 50$,

iv) $2\alpha^3 - \alpha^2 + 10\alpha - 5$ v) $1 + \beta^2 + \beta\gamma + \beta^3\gamma$,

vi) $xy^2 + xz - y^2w - zw$.

126. ✎ Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $x^2 - 2xy - a^2 + y^2$, ii) $4x^2 - 4x + 1 - 9y^2$,

iii) $1 - x^2 - 2xy - y^2$, iv) $\alpha^2 - \beta^2 + 2\beta - 1$

v) $\alpha^2 + 2\alpha\beta - x^2 + 2xy + \beta^2 - y^2$.

ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

127. ✎ Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $\frac{\omega^2 - 8\omega + 16}{\omega^2 - 16}$, ii) $\frac{3\alpha - 3\beta + \alpha\gamma - \beta\gamma}{\alpha^2 - \alpha\beta}$, iii) $\frac{\alpha^2 - \alpha - 12}{\alpha^2 - 16}$,

iv) $\frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - x}$ v) $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$, vi) $\frac{x^3 + x^2}{(x + 1)^3} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2}$.

128. ✎ Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x^2 + x - 2}$, ii) $\frac{x(x - 2) + 1}{(x - 2)(x - 1)}$, iii) $\frac{x^3 - x^2 + x}{x^3 + 1}$,

iv) $\frac{x^2 - 81}{x^2 - 49} \cdot \frac{x^2 - 7x}{x^2 + 9x}$, v) $\frac{10x^2 - 5x}{1 + 4x + 4x^2} \div \frac{25x}{8x^2 - 2}$.

129. ✎ Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

i) $\frac{\mu^2 - 1}{\mu + 2} \div \frac{\mu + 1}{\mu^2 - 4}$, ii) $\frac{\frac{x^2 - x}{y^2w + y^3}}{\frac{x^2 - 1}{y^2w - w^3}}$, iii) $\frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x}$ iv) $\frac{2x^2 + \alpha x - \alpha^2}{x + \alpha}$,

v) $\frac{(x^4 - 1)(x^2 - 2x)}{(x^3 - 4x)(x^3 - x)}$, vi) $\frac{(x - 1)(x - 3) - (1 - x)(x - 5)}{x^2 - 1}$

ΑΝΙΣΩΤΗΤΕΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

130. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta$.
131. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 + \beta^2 \geq -2\alpha\beta$.
132. ✎ Αν $\alpha > 0$ να αποδείξετε ότι $\alpha + \frac{1}{\alpha} \geq 2$.
133. ✎ Αν $\alpha < 0$ να αποδείξετε ότι $\alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2$.
134. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α να αποδείξετε ότι ισχύει: $\alpha^2 + 9 \geq 6\alpha$.
135. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $2(\alpha^2 + \beta^2) \geq (\alpha + \beta)^2$.
136. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $(\alpha + \beta)^2 + 4\alpha\beta \geq -8\beta^2$.
137. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $(\alpha - \beta)^2 - 4\alpha\beta \geq -8\alpha^2$.
138. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 - 6\alpha + 11 > 0$.
139. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 1 \geq 0$, τότε ισχύει το «=»;
140. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2 \geq \alpha\beta$.
141. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $3(\alpha^2 - \beta^2) + 2\alpha\beta \geq -2(\alpha + 2\beta)^2$.
142. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $2(\alpha^2 + \beta^2) - (\beta^2 - \alpha^2) \geq 2\beta(3\alpha - \beta)$
143. ✎ Αν ισχύει $0 \leq \alpha < \beta$, να αποδείξετε ότι $\frac{\alpha}{1+\alpha} < \frac{\beta}{1+\beta}$.

144. ✎ Αν $\alpha > -3$ να αποδείξετε ότι: $6 + 2 \cdot \alpha > 3 + \alpha$
145. ✎ Αν $\alpha \leq -1$ να αποδείξετε ότι: $\alpha^3 + 1 \leq \alpha^2 + \alpha$
146. ✎ Αν $\alpha > 1 > \beta$, να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta > 1 + \alpha\beta$.
147. ✎ Αν $\beta > 1 > \alpha$, να αποδείξετε ότι $\alpha - \beta < \alpha\beta - 1$.
148. ✎ Αν α, β είναι θετικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι

$$(\alpha + \beta) \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \geq 4.$$
149. ✎ Αν $\alpha + \beta \geq 0$, να αποδείξετε ότι : $\alpha^3 + \beta^3 \geq \alpha^2\beta + \alpha\beta^2$
150. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 \geq 0$, τότε ισχύει το «=»;
151. ✎ Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 \geq 0$, τότε ισχύει το «=»;
152. ✎ Να αποδείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει:
 $x^2 - x + 1 > 0$.
153. ✎ Να αποδείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ισχύει :
 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 \geq \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$.
154. ✎ Να αποδείξετε ότι για κάθε οποιουσδήποτε θετικούς αριθμούς α, β και γ ισχύει : $(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)(\gamma^2 + 1) \geq 8\alpha\beta\gamma$.
155. ✎ Να βρεθούν οι αριθμοί x και y αν ισχύει :
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 0$
156. ✎ Να βρεθούν οι αριθμοί x και y αν ισχύει :
 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$.
157. ✎ Αν ισχύει: $-1 < x < 3$ και $-2 < y < 5$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:
 α) $2x$ β) $3x-5$ γ) $4y+2$ δ) $2x+y$ ε) $2x-3y+7$.
158. ✎ Αν ισχύει: $-3 < x < 2$ και $-1 < y < 4$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:
 α) $2x$ β) $3x-5$ γ) $4y+2$ δ) $2x+y$ ε) $2x-3y+7$.

159. ✎ Αν ισχύει: $1 < x < 3$ και $4 < y < 6$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $x+y$ β) $x-y$ γ) $4x-3y+1$ δ) $x \cdot y$ ε) $\frac{x}{y}$ στ) $x^2 + y^2$.

160. ✎ Αν ισχύει: $2 < x < 3$ και $1 < y < 4$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $x+y$ β) $x-y$ γ) $4x-3y+1$ δ) $x \cdot y$ ε) $\frac{x}{y}$ στ) $x^2 + y^2$.

161. ✎ Αν ισχύει: $2 < x < 4$ και $3 < y < 5$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $3x+y-12$ β) $x-y+5$ γ) $2x \cdot y-3$ δ) $\frac{x}{y} - 3x + 1$ ε) $x^2 + y^2 - 2$.

162. ✎ Αν ισχύει: $1 < x < 3$ και $2 < y < 4$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $3x+y-12$ β) $x-y+5$ γ) $2x \cdot y-3$ δ) $\frac{x}{y} - 3x + 1$ ε) $x^2 + y^2 - 2$.

163. ✎ Έστω ορθογώνιο με πλευρές x και y που ικανοποιούν τις σχέσεις $3 < x < 4$ και $5 < y < 7$.

α) Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών παίρνουν τιμές η περίμετρος και το εμβαδόν του ορθογωνίου.

β) Αν αυξήσουμε το πλάτος x κατά μια μονάδα και μειώσουμε το μήκος y κατά δύο μονάδες ποια είναι τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχονται η περίμετρος και το εμβαδόν του ορθογωνίου;

164. ✎ Έστω ορθογώνιο με πλευρές x και y που ικανοποιούν τις σχέσεις $3 < x < 4$ και $4 < y < 8$.

α) Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών παίρνουν τιμές η περίμετρος και το εμβαδόν του ορθογωνίου.

β) Αν μειώσουμε το πλάτος x κατά δύο μονάδες και αυξήσουμε το μήκος y κατά μια μονάδα ποια είναι τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχονται η περίμετρος και το εμβαδόν του ορθογωνίου;

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ:

165. ✎ Να γράψετε τις παρακάτω προτάσεις χωρίς απόλυτες τιμές:

α) $|\pi - 3|$

β) $|\pi - 4|$

γ) $|3 - \pi| + |4 - \pi|$

δ) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{2}|$

166. ✎ Να γράψετε τις παρακάτω προτάσεις χωρίς απόλυτες τιμές:

α) $|\sqrt{2} - 1|$

β) $|\sqrt{2} - 2|$

γ) $|\sqrt{2} - 1| + |\sqrt{2} - 3|$

δ) $|\sqrt{5} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{5}|$

167. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή: $|x - 3|$.

168. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή: $|x - 4|$.

169. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή: $|x + 5|$.

170. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή: $|2x - 6|$.

171. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή: $|8 - 4x|$.

172. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή:

$|x - 3| + |x - 4|$.

173. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή:

$|x - 1| + |x + 1|$.

174. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή:

$|2x - 4| + |3x - 9|$.

175. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή:

$|x - 1| + |x + 2| - |x - 3|$.

176. ✎ Να γράψετε την παράσταση χωρίς απόλυτη τιμή:

$|x + 3| + |x - 4| - |x - 1|$.

177. ✎ Αν $x \neq 0$, και $y \neq 0$ να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση $A = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$.

178. ✎ Αν $x \neq 1$, και $y \neq 1$ να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση $A = \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|y-1|}{y-1}$.

179. ✎ Αν $x \neq 2$, και $y \neq -1$ να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει η παράσταση $A = \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|y+1|}{y+1}$.

180. ✎ Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα όπως δείχνει η πρώτη γραμμή του.

Απόλυτη Τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή Ένωση Διαστημάτων
$ x - 4 \leq 2$		
$ x + 3 < 4$		
$ x - 4 > 2$		
$ x + 3 \geq 4$		
	$d(x, 5) < 1$	
	$d(x, -1) > 2$	
	$d(x, 5) \geq 1$	
	$d(x, -1) \leq 2$	

181. ✎ Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα όπως δείχνει η πρώτη γραμμή του.

Απόλυτη Τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή Ένωση Διαστημάτων
$ x - 3 \leq 1$		
$ -x + 3 < 5$		
$ x + 5 > 2$		

$ x - 2 \geq 4$		
$ x < 3$		
$ x \geq 5$		
	$d(x, 3) < 2$	
	$d(x, -2) > 3$	
	$d(x, 0) < 4$	
	$d(x, 0) > 7$	
	$d(x, 4) \geq 1$	
	$d(x, -3) \leq 2$	

182. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 4| = 6$

β) $|2x - 6| = 3$

γ) $|2x - 3| = 5$

δ) $|4 - 2x| = 4$

ε) $|3x - 12| = 0$

στ) $|24 - 6x| = 0$

ζ) $|2x - 14| = -2$

η) $|3 - x| = 1$

183. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 1| = 3$

β) $|2x - 8| = 4$

γ) $|3x - 1| = 8$

δ) $|6 - 2x| = 2$

ε) $|18 - 3x| = 0$

στ) $|6x - 48| = 0$

ζ) $|2x - 1444| = -4$

η) $|5 - x| = -1$

184. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 2| - 5 = 0$

β) $|x - 3| - 4 = 1$

γ) $3|2x - 5| - 1 = 8$

δ) $2|6 - 2x| - 6 = 2$

185. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 1| - 3 = 0$

β) $|x + 3| - 5 = 1$

γ) $2|3x - 5| - 2 = 18$

δ) $3|2 - 2x| - 10 = 2$

186. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x + 1| = |x - 5|$

β) $|x + 4| = 2|x + 1|$

γ) $|2x - 3| - |x| = 0$

δ) $|3x - 1| = |x - 5|$

ε) $|7x - 3| = |9x + 5|$

στ) $|4 - x| = |5x + 6|$

187. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 1| = |x + 4|$

β) $|x + 6| = 2|x - 2|$

γ) $|3x - 12| - |x| = 0$

δ) $|2x - 1| = |x - 3|$

ε) $|7x - 3| - 3|3x + 2| = 0$

στ) $|4 - 2x| = |3x - 6|$

188. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $||x| - 3| = 3$

β) $||x - 1| + 1| = 3$

γ) $||x - 2| - 1| = 1$

δ) $|2|x| - 3| = ||x| - 1|$

ε) $2|2|x| - 3| = |3 + 2|x||$

στ) $|4 - |x|| = ||x| + 3|$

ζ) $||x| - 2| - 3| = 1$

η) $||x| - 1| + 2| = 4$

θ) $||x| + 1| - 2| = 3$

189. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $7|x| - 4 = -2|x| + 5$

$$\beta) (3|x| + 5) - (|x| + 2) = 2(|x| - 1) + 3$$

$$\gamma) \frac{|x|+3}{5} = \frac{|x|+1}{2}$$

$$\delta) \frac{2|x|+1}{3} - \frac{|x|-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon) \frac{|x|+4}{3} - \frac{|x|+4}{5} = \frac{2}{3}$$

190. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$\alpha) \frac{4|x-1|-1}{5} = 7$$

$$\beta) 2|x-8| = \frac{|x-8|}{3}$$

$$\gamma) |x-1| - \frac{|1-x|-1}{4} = \frac{|2x-2|-1}{2}$$

$$\delta) \frac{|6x-9|+1}{2} - |3-2x| = \frac{6|2x-3|-4}{7}$$

$$\varepsilon) 1 + \frac{|x-11|+1}{2} + 3 \frac{3-|x-11|}{4} = \frac{2|x-11|}{3} - |x-11|$$

191. ✎ Να λυθούν οι ανισώσεις

$$\alpha. |2x-4| < 2$$

$$\beta. |x-3| < -2$$

$$\gamma. |2x-6| \leq 0$$

$$\delta. |1-2x| > 3$$

$$\varepsilon. |2x-6| > 0$$

$$\sigma\tau. |2x-8| \geq -2$$

192. ✎ Να λυθούν οι ανισώσεις

$$\alpha. |6-3x| < 3$$

$$\beta. |4x-8| < -2$$

$$\gamma. |4-8x| \leq 0$$

$$\delta. |5x-4| > 6$$

$$\varepsilon. |4-2x| > 0$$

$$\sigma\tau. |5-7x| \geq -2$$

193. ✎ Να λυθούν οι ανισώσεις :

$$\alpha) |x-1| - 3 < 0$$

$$\beta) |x-3| - 4 \geq 2$$

$$\gamma) 3|2x-5| - 4 > 8$$

$$\delta) 2|6-2x| - 6 \leq 2$$

194. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $|x - 1| - 5 > 0$

β) $|x + 3| - 4 \leq 1$

γ) $2|3x - 4| - 2 \geq 8$

δ) $3|3 - 2x| - 13 < 2$

195. ✎ Να λυθούν οι ανισώσεις

α. $1 < |2x - 9| < 3$

β. $2 \leq |1 - 2x| \leq 4$

γ. $1 \leq |3x - 6| < 2$

δ. $2 < |5x - 4| \leq 4$

196. ✎ Να λυθούν οι ανισώσεις :

α. $|3 - |2x + 1|| \leq 2$

β. $||3x - 4| - 6| \leq 2$

γ. $||2x - 2| - 7| \leq 3$

δ. $|5 - |x - 2|| \leq 1$

197. ✎ Να λυθούν οι εξισώσεις :

α) $7|x| - 4 > -2|x| + 5$

β) $(3|x| + 5) - (|x| + 2) < 2(|x| - 1) + 3$

γ) $\frac{|x|+3}{5} \leq \frac{|x|+1}{2}$

δ) $\frac{2|x|+1}{3} - \frac{|x|-1}{2} \geq \frac{1}{2}$

ε) $\frac{|x|+4}{3} - \frac{|x|+4}{5} < \frac{2}{3}$

ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ ΡΙΖΕΣ

198. ✎ Να υπολογίσετε τις ρίζες:

α) $\sqrt{64}$ β) $\sqrt{225}$ γ) $\sqrt{12100}$ δ) $\sqrt{1690000}$ ε) $\sqrt{0,09}$
 στ) $\sqrt{0,16}$ ζ) $\sqrt{0,0036}$ η) $\sqrt{1,96}$

199. ✎ Να γράψετε χωρίς ριζικά τις παραστάσεις :

α) $\sqrt{(\pi - 4)^2}$ β) $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$ γ) $\sqrt{(-20)^2}$ δ) $\sqrt{(x - 1)^2}$ ε) $\sqrt{\frac{x^2}{4}}$

200. ✎ Να γράψετε χωρίς ριζικά τις παραστάσεις :

α) $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$ β) $\sqrt{(3 - \sqrt{2})^2}$ γ) $\sqrt{(-2)^2}$ δ) $\sqrt{(2 - x)^2}$ ε) $\sqrt{\frac{x^2}{25}}$

201. ✎ Να γράψετε χωρίς ριζικά τις παραστάσεις :

α) $\sqrt{(\pi - 3)^2}$ β) $\sqrt{(2 - \pi)^2}$ γ) $\sqrt{(-5)^2}$ δ) $\sqrt{(2x - 4)^2}$ ε) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{16}}$

202. ✎ Να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

α) $\sqrt{35 + \sqrt{7 - 2\sqrt{9}}}$ β) $\sqrt{88 - \sqrt{54 - \sqrt{25}}}$
 γ) $\sqrt{21 - \sqrt{5 \cdot \sqrt{22 + \sqrt{9}}}}$ δ) $\sqrt{12 + \sqrt{18 - \sqrt{12 - \sqrt{64}}}}$
 ε) $\sqrt{13 - \sqrt{36 - \sqrt{392 + \sqrt{64}}}}$ στ) $\sqrt{22 + \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}}$

203. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} = 1$

204. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} + \sqrt{(5 - \sqrt{10})^2} = 2$

205. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2} - 5)^2} = -2$

206. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{x-5} - \sqrt{x+3})(\sqrt{x-5} + \sqrt{x+3}) = -8$
207. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1}) = -5$
208. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{x+7} - \sqrt{x-2})(\sqrt{x+7} - \sqrt{x-2}) = 9$
209. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2+1})(\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x^2+1}) = 2$
210. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(1 + 3\sqrt{2})^2 + (1 - 3\sqrt{2})^2 = 38$
211. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2$
212. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(1 + 2\sqrt{5})^2 - (1 - 2\sqrt{5})^2$
213. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (1 - \sqrt{6})^2$
214. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$
215. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$
216. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$
217. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2$
218. ✎ Να αποδείξετε ότι: $(2\sqrt{10} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + 1) = 7\sqrt{5}$
219. ✎ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $(1 + \sqrt{2})^2(1 - \sqrt{2})^2$
220. ✎ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}})^2$
221. ✎ α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(3 + 2\sqrt{7})^2$ και $(3 - 2\sqrt{7})^2$
- β) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{37 + 12\sqrt{7}} - \sqrt{37 - 12\sqrt{7}} = 6$

222. ✗α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(1 - 3\sqrt{2})^2$ και $(1 + 3\sqrt{2})^2$

β) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{19 - 6\sqrt{2}} - \sqrt{19 + 6\sqrt{2}} = -2$

223. ✗α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(2 + 3\sqrt{5})^2$ και $(2 - 3\sqrt{5})^2$

β) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{49 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{49 - 12\sqrt{5}} = 4$

224. ✗ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $4\sqrt{63} + 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28}$

225. ✗ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\sqrt{50} + \sqrt{32} - \sqrt{18}$

226. ✗ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}$

227. ✗ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{8} - \sqrt{18})(\sqrt{50} + \sqrt{72} - \sqrt{32}) = -4$

228. ✗ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{28} + \sqrt{7} + \sqrt{32})(\sqrt{63} - \sqrt{32}) = 31$

229. ✗ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{12} - \sqrt{27})(\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{108}) = -9$

230. ✗ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{20})(\sqrt{50} - \sqrt{45} + \sqrt{125}) = 30$

231. ✗ Να αποδείξετε ότι: $(\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98})(\sqrt{72} + \sqrt{80} - \sqrt{8}) = 36$

232. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{25\sqrt{12}}{\sqrt{75}} = 10$

233. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{48}}{\sqrt{24}} = 6$

234. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{216} \cdot \sqrt{75}}{\sqrt{50}} = 18$

235. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{75}}{\sqrt{150}} = 2$

236. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{8} - \sqrt{50}}{\sqrt{12} - \sqrt{75}} \cdot \frac{3}{\sqrt{6}} = 1$

237. ✗ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{162} + \sqrt{98}}{\sqrt{50} - \sqrt{32}} = 16$

238. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{4^6 + 8^5} = 192$

239. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{9^{13} + 27^9} = 2 \cdot 3^{13}$

240. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{2^{20} + 4^{12}}}{\sqrt{4^{11} + 8^6}} = 2$

241. ✎ Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{9^{12} + 3^{20}}}{\sqrt{9^{11} + 27^6}} = 3$

242. ✎ Να απλοποιήσετε την παράσταση: $\frac{12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}}{\sqrt{32}}$

243. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

244. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{6} - 2}\sqrt{\sqrt{6} + 2}$

245. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{24}\sqrt{3 - \sqrt{3}}\sqrt{3 + \sqrt{3}}$

246. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{3}\sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}\sqrt{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}$

247. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{3}\sqrt{4 - \sqrt{7}}\sqrt{4 + \sqrt{7}}$

248. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{3\sqrt{3}\sqrt{\sqrt{7} - 2}\sqrt{\sqrt{7} + 2}}$

249. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση: $\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}}\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}$

250. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$$

251. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\sqrt{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$$

252. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$\sqrt{\sqrt{3} + 2}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

253. ✎ Να ρητοποιήσετε (παρονομαστής χωρίς ρίζες) τις παραστάσεις :

α) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ β) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ γ) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ δ) $\frac{4}{\sqrt{12}}$ ε) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ σ τ) $\frac{3}{\sqrt{27}}$

254. ✎ Να ρητοποιήσετε (παρονομαστής χωρίς ρίζες) τις παραστάσεις :
 α) $\frac{7}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{5}{\sqrt{10}}$ γ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ δ) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ ε) $\frac{3}{\sqrt{8}}$ στ) $\frac{2}{\sqrt{32}}$
255. ✎ Να ρητοποιήσετε (παρονομαστής χωρίς ρίζες) τις παραστάσεις :
 α) $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ β) $\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ γ) $\frac{4}{5-\sqrt{3}}$ δ) $\frac{8}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$
 ε) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ στ) $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ζ) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$
256. ✎ Να ρητοποιήσετε (παρονομαστής χωρίς ρίζες) τις παραστάσεις :
 α) $\frac{8}{1-\sqrt{5}}$ β) $\frac{9}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ γ) $\frac{7}{2-3\sqrt{2}}$ δ) $\frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{11}+\sqrt{5}}$
 ε) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ στ) $\frac{1+2\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}$ ζ) $\frac{1-3\sqrt{2}}{1+3\sqrt{2}}$
257. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 5 + \sqrt{6}$
258. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4$
259. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{5}{2}$
260. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = 6$
261. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} - \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$
262. ✎ Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}$
263. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{5-2\sqrt{6}} + \frac{1}{5+2\sqrt{6}} = 10$
264. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{5}{3-2\sqrt{2}} + \frac{2}{7-\sqrt{50}} = 1$
265. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{(2-\sqrt{3})^2} - \frac{1}{(2+\sqrt{3})^2} = 8\sqrt{3}$
266. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{(3+\sqrt{5})^2} + \frac{1}{(3-\sqrt{5})^2} = \frac{7}{4}$
267. ✎ Να αποδείξετε ότι $\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}}\right) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$
268. ✎ Να αποδείξετε ότι $\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2} - 1 = 2$

N-ΙΟΣΤΕΣ ΡΙΖΕΣ

269. Να υπολογίσετε τις ρίζες :

$$\alpha) \sqrt[3]{216} \quad \beta) \sqrt[4]{625} \quad \gamma) \sqrt[3]{\frac{125}{512}} \quad \delta) \sqrt[3]{\frac{64x^6y^9}{125}}$$

270. Να υπολογίσετε τις ρίζες :

$$\alpha) \sqrt[5]{243} \quad \beta) \sqrt[4]{\frac{81}{64}} \quad \gamma) \sqrt[5]{3125} \quad \delta) \sqrt[4]{\frac{256x^{12}}{625y^8}}$$

271. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) A = \frac{\sqrt[5]{243} + \sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625} + \sqrt[10]{1024}}$$

$$\beta) B = \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} + \frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}} + \sqrt{\sqrt[3]{64}}$$

$$\gamma) \Gamma = \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{128} + 2\sqrt[3]{250}$$

272. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) A = \sqrt[3]{64} - 2\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{27}$$

$$\beta) B = \sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32} - \sqrt[6]{64} + 3\sqrt[10]{1024}$$

$$\gamma) \Gamma = \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$$

273. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha) A = \sqrt[5]{30 + \sqrt[4]{4 + 3\sqrt[3]{64}}}$$

$$\beta) B = \sqrt[7]{4 - \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{121}}}$$

$$\gamma) \Gamma = \sqrt[5]{241 + \sqrt[4]{4 + 3\sqrt[3]{64}}}$$

274. Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4 - \sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{4 + \sqrt{7}} = 3$$

$$\beta) \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[3]{5 + 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{5 - 3\sqrt{2}} = 7$$

$$\gamma) (\sqrt[4]{5} - 2)(\sqrt[4]{5} + 2)(\sqrt{5} + 4) = -11$$

$$\delta) (1 - \sqrt[8]{2})(1 + \sqrt[8]{2})(1 + \sqrt[4]{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$$

275. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$\alpha) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4 + \sqrt{8}} \cdot \sqrt[3]{4 - \sqrt{8}}$$

$$\beta) \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$$

276. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη βοήθεια μίας ρίζας:

$$\alpha) \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2} \quad \beta) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \quad \gamma) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} \quad \delta) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{2}$$

277. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη βοήθεια μίας ρίζας:

$$\alpha) \sqrt{\sqrt[3]{2}} \quad \beta) \sqrt{\sqrt[4]{5}} \quad \gamma) \sqrt[3]{3\sqrt{2}} \quad \delta) \sqrt[3]{2\sqrt[5]{2}}$$

278. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη βοήθεια μίας ρίζας:

$$\alpha) \sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} \quad \beta) \sqrt[3]{\sqrt[5]{2\sqrt{3}}} \quad \gamma) \sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{9}}}$$

279. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις με τη βοήθεια μίας ρίζας:

$$\alpha) \sqrt{3\sqrt[4]{3\sqrt[5]{3}}} \quad \beta) \sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2^3}}} \quad \gamma) \sqrt[8]{\sqrt[3]{4\sqrt{8\sqrt{2}}}}$$

280. Να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[6]{2} = 2 \quad \beta) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[12]{1024} = 4$$

$$\gamma) \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = 3 \quad \delta) \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = 2 \quad \epsilon) \sqrt{6} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[6]{24} = 6$$

281. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

$$\alpha) \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad \beta) \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \quad \gamma) \frac{1}{\sqrt[5]{2}} \quad \delta) \frac{1}{\sqrt[5]{8}} \quad \epsilon) \frac{4}{\sqrt[5]{4}}$$

282. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

$$\alpha) \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \quad \beta) \frac{3}{\sqrt[3]{5}+1} \quad \gamma) \frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} \quad \delta) \frac{2}{\sqrt[3]{3}-2}$$

«Τα θέματα προέρχεται και αντλήθηκαν από την πλατφόρμα της Τράπεζας Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας που αναπτύχθηκε (MIS5070818-Τράπεζα θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, Γενικό Λύκειο-ΕΠΑΛ) και είναι διαδικτυακά στο δικτυακό τόπο του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Ι.Ε.Π.) στη διεύθυνση (<http://iep.edu.gr/el/trapeza-thematon-arxiki-selida>)».

