

Επαναληπτικό Τεστ στη θεωρία:

Αποδείξεις

Θέμα 1: Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$.

Θέμα 2: Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $M(x, y)$ το μέσο του τμήματος AB , να αποδείξετε ότι $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

Θέμα 3: Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου με $x_1, x_2 \neq 0$ και αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 . Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

Θέμα 4: Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου με $x_1, x_2 \neq 0$ και αντίστοιχους συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 . Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Θέμα 5: Έστω καρτεσιανό επίπεδο Oxy και σημείο $K(x_0, y_0)$. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$.

Ερωτήσεις: “Σωστό”-“Λάθος”

1. Ένα διάνυσμα που η αρχή του και το τέλος του (πέρας) συμπίπτουν λέγεται μοναδιαίο διάνυσμα.

Σ ☐ Λ ☐

2. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ τρία διανύσματα του επιπέδου τότε ισχύει:

$$(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) + \vec{\gamma} = \vec{\alpha} + (\vec{\beta} + \vec{\gamma}).$$

Σ ☐ Λ ☐

3. Αν O ένα σταθερό σημείο του επιπέδου (σημείο αναφοράς) και $\vec{AB}$ ένα διάνυσμα του επιπέδου τότε ισχύει: $\vec{AB} = \vec{OA} - \vec{OB}$.

Σ ☐ Λ ☐

4. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δυο διανύσματα με $\vec{\beta} \neq 0$ τότε ισχύει:

$$\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \lambda \in \mathbb{R}. \quad \Sigma \square \quad \Lambda \square$$

5. Αν $\lambda \in \mathbb{R}$ και $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ τότε: $\lambda \vec{\alpha} = \lambda x_1 + \lambda y_1$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

6. Έστω $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του επιπέδου τότε ισχύει: $\vec{AB} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

7. Έστω $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του επιπέδου τότε η απόσταση των σημείων A και B είναι ίση με :

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}. \quad \Sigma \square \quad \Lambda \square$$

8. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δυο διανύσματα τότε ισχύει: $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

9. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δυο διανύσματα με $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \neq 0$ τότε ισχύει:

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0. \quad \Sigma \square \quad \Lambda \square$$

10. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1, x_2, y_1, y_2 \neq 0$ είναι :

$$\lambda = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}. \quad \Sigma \square \quad \Lambda \square$$

11. Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα τότε : $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

12. Η εξίσωση ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ έχει εξίσωση $x - x_0 = \lambda(y - y_0)$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

13. Ένα παράλληλο διάνυσμα στην ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι το $\vec{\delta} = (B, -A)$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

14. Η εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ του κύκλου έχει εξίσωση $x_1 x + y_1 y = \rho^2$. $\Sigma \square \quad \Lambda \square$

15. Η παραβολή με εστία $E = (\frac{p}{2}, 0)$, έχει εξίσωση $x^2 = 2py$.

Σ ☐ Λ ☐

16. Η εξίσωση εφαπτομένης της παραβολής με εξίσωση $x^2 = 2py$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ της παραβολής έχει εξίσωση $x_1x = p(y_1 + y)$.

Σ ☐ Λ ☐

17. Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει τις εστίες της στον

άξονα $y'y$.

Σ ☐ Λ ☐

18. Η εκκεντρότητα ϵ μιας έλλειψης είναι $\epsilon > 1$. Σ ☐ Λ ☐

19. Η υπερβολή $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ έχει ασύμπτωτες τις ευθείες

$y = \frac{\beta}{\alpha}x$ και $y = -\frac{\beta}{\alpha}x$.

Σ ☐ Λ ☐

20. Η εξίσωση $x^2 - y^2 = 4$ παριστάνει στο επίπεδο μία υπερβολή.

Σ ☐ Λ ☐

Απαντήσεις στα Σ-Λ:

1→Λ

2→Σ

3→Λ

4→Σ

5→Λ

6→Λ

7→Σ

8→Σ

9→Σ

10→Λ

11→Σ

12→Λ

13→Σ

14→Λ

15→Λ

16→Σ

17→Λ

18→Λ

19→Σ

20→Σ