

Κεφάλαιο 4^ο Παράλληλες ευθείες

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$. Οι ευθείες AG και BD τέμνονται στο E . Να δείξετε ότι:

i) $AB \parallel \Gamma\Delta$. ii) Το σημείο A είναι το μέσο του τμήματος EG .

2) Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = AG$ είναι $\hat{A} = 80^\circ$. Παίρνουμε τυχαίο σημείο E στην πλευρά $B\Gamma$ και τα σημεία Δ και Z στις πλευρές AB και AG αντίστοιχα έτσι ώστε $BD = BE$ και $\Gamma E = \Gamma Z$

i) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων BDE και ΓZE . ii) Να υπολογίσετε τη $\hat{\Delta EZ}$.

3) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η εξωτερική γωνία A είναι διπλάσια από τη γωνία B .

i) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = AG$.

ii) Αν η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει την πλευρά AG στο εσωτερικό της σημείο Δ και $\hat{\Delta B} = 80^\circ$, τότε να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

4) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = AG$. Φέρουμε εκτός του τριγώνου τις ημιευθείες Ax και Ay τέτοιες ώστε $Ax \perp AB$ και $Ay \perp AG$. Στις Ax και Ay θεωρούμε τα σημεία Δ και E αντίστοιχα, ώστε $A\Delta = AE$.

i) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$. ii) Αν $\hat{B\hat{A}\Gamma} = 80^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔAE .

5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} > 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 3\hat{B}$. Η μεσοκάθετος της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την AB στο Δ . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta B\Gamma$ και $AG\Delta$ είναι ισοσκελή.

6) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = AG$ και M το μέσο της $B\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ παίρνουμε τμήμα $\Gamma\Delta = AG$ και στην προέκταση της AB παίρνουμε τμήμα $BE = BM$. Αν η ευθεία EM τέμνει την $A\Delta$ στο Z , να δείξετε ότι:

i) $\hat{\Delta B} = \frac{1}{2} \hat{B\hat{A}\Gamma}$. ii) Το τρίγωνο $ZM\Delta$ είναι ισοσκελές.

iii) Το Z είναι το μέσο του $A\Delta$.

7) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ με $\hat{A} > 30^\circ$. Στην πλευρά $B\Gamma$ παίρνουμε σημείο Δ με $B\hat{A}\Delta = 30^\circ$ και στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε τμήμα $AE = A\Delta$. Να βρείτε τις μοίρες της γωνίας $E\hat{\Delta}\Gamma$.

8) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν $\hat{A} + \hat{\Gamma} = 2\hat{B}$ και $\hat{A} = 3\hat{\Gamma}$. i) Να αποδείξετε ότι $\hat{B} = 60^\circ$ και το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο. ii) Αν το ύψος $A\Delta$ και η διχοτόμος BE τέμνονται στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AZE είναι ισόπλευρο.

9) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) $\hat{B} = 50^\circ$, το ύψος του $A\Delta$ και σημείο E στην $\Delta\Gamma$ ώστε $\Delta E = B\Delta$. Το σημείο Z είναι η προβολή του Γ στην AE . Να αποδείξετε ότι: i) Το τρίγωνο ABE είναι ισοσκελές. ii) $\Gamma\hat{A}E = 10^\circ$. iii) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΓZE .

10) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Φέρνουμε τη διχοτόμο του AK και σε τυχαίο σημείο της E φέρνουμε ευθεία κάθετη στην AK , η οποία τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα σημεία Z και Δ αντίστοιχα και την προέκταση της ΓB στο H . Να αποδείξετε ότι: i) $Z\hat{\Delta}\Gamma = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$ ii) $ZK = K\Delta$ iii) $Z\hat{H}\Gamma = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2}$