Βασικές ασκήσεις στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
1. Να δίνονται βασικά στοιχεία της κίνησης.

$1^{η}$ Άσκηση

Μικρό αυτοκινητάκι κινείται σε ευθεία γραμμή, που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox, με σταθερή ταχύτητα μέτρου +5 m/s και τη χρονική t_0 = 0 s περνά από τη θέση x_0 = 10 m.

α) Ποιο είναι το είδος της κίνηση του αυτοκινήτου;

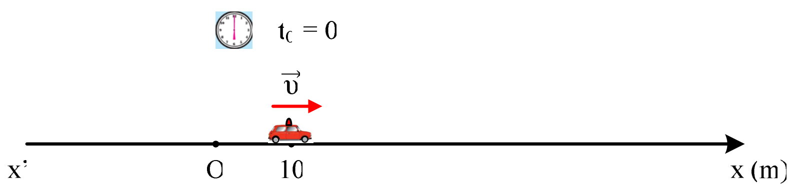
β) Να γράψετε την εξίσωση της κίνησής του και να βρείτε τη θέση του τη χρονική στιγμή t = 10 s.

γ) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις υ = f(t) και x = f(t), από 0 έως 10 s.

δ) Να βρείτε την μετατόπισή του από 4 έως 6 s.

Απάντηση:

α) Κάνουμε ένα απλό σχήμα με το σύστημα αναφοράς της κίνησης και τις αρχικές συνθήκες (t_0 = 0 s, x_0 = 10 m).



Αφού η κίνηση γίνεται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητα είναι σταθερή, το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.).

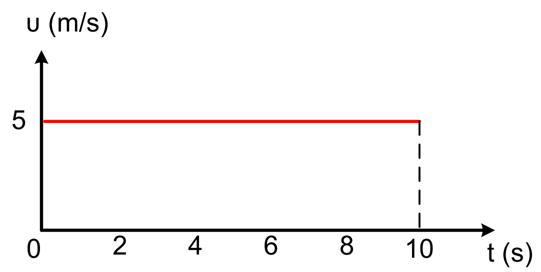
β) Στην Ε.Ο.Κ. για την μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow x - x_0 = \upsilon(t - t_0) \;\Rightarrow x = x_0 + \upsilon(t - t_0)$$

Επειδή $t_0 = 0$, x_0=10m και υ = 5m/s με αντικατάσταση έχουμε:

$$x = 10 + 5t \;\; (S.I.) \quad (1)$$

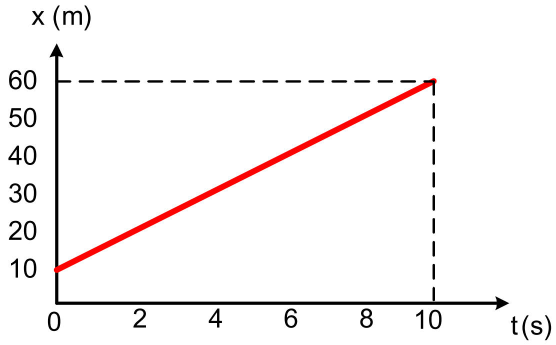
γ) Αφού η ταχύτητα είναι σταθερή η γραφική της παράσταση θα είναι ευθεία γραμμή παράλληλη προς τον άξονα των χρόνων:



Αφού από τη σχέση (1), η θέση x είναι πρώτου βαθμού ως προς t, η γραφική της παράσταση θα είναι ευθεία γραμμή, άρα αρκούν δύο μόνο σημεία της για να σχεδιαστεί:

- Για $t_0 = 0$ s, $x_0 = 10$ m **(0s, 10m)**.
- Για t = 10 s από την (1) προκύπτει $x = 10 + 5 \cdot 10 = 60$ m **(10s, 60m)**.

Οπότε η αντίστοιχη γραφική παράσταση της x = f (t) είναι η παρακάτω:



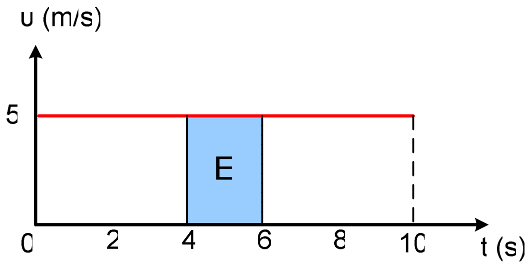
δ) Η μετατόπισή του από 4 έως 6 s, μπορεί να υπολογιστεί με τρεις τρόπους:

i. $\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x = 5(6-4) = 5 \cdot 2 \Rightarrow \Delta x = 10m$

ii. Από τη σχέση (1) για $t_1 = 4$s έχω $x_1 = 30$m και για $t_2 = 6$s έχω $x_2 = 40$m, οπότε $\Delta x = x_2 - x_1 = 40 - 30 \Rightarrow \Delta x = 10m$

iii. Από το εμβαδό της γραφικής παράστασης υ – t , ανάμεσα στις δύο χρονικές στιγμές.

Η Δx είναι ίση αριθμητικά με το εμβαδόν Ε του μπλε ορθογωνίου παραλληλογράμμου:



Άρα $\Delta x = E = 5 \cdot 2 \Rightarrow \Delta x = 10m$

2. Να δίνεται η εξίσωση κίνησης.

2η Άσκηση

Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος σε μια ευθύγραμμη κίνηση είναι **x = 3 + 10t (S.I.) (1)**.

α) τι είδους κίνηση εκτελεί το σώμα;

β) ποια είναι η θέση του τη χρονική στιγμή t = 5s;

γ) ποια χρονική στιγμή βρίσκεται στη θέση x = 63m;

δ) ποια είναι η μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή t_1=2s μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=8s;

ε) ποια είναι η μέση ταχύτητά του στην παραπάνω χρονική διάρκεια;

Απάντηση:

α) Από την εξίσωση κίνησης που δίνεται καταλαβαίνουμε ότι το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση αφού είναι της μορφής $\boldsymbol{x = x_0 + \upsilon t}$ **(2)**

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι : x_0 = +3m και υ = +10m/s.

β) Από την (1) για t = 5s έχουμε $x = 3 + 10\cdot 5 \Rightarrow x = 53m$

γ) Από την (1) για x = 63 m έχουμε: $63 = 3 + 10\cdot t \Rightarrow 10t = 60 \Rightarrow t = 6\ s$

δ) Από την (1) για t_1 = 2s έχουμε: $x_1=3+10\cdot 2 \Rightarrow x_1= 23m$

Από την (1) για t_2 = 8s έχουμε: $x_2=3+10\cdot 8 \Rightarrow x_2 = 83m$

Άρα η μετατόπιση από τη χρονική στιγμή t_1=2s μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=8s είναι:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = 83\ m - 23\ m \Rightarrow \Delta x = 60m$$

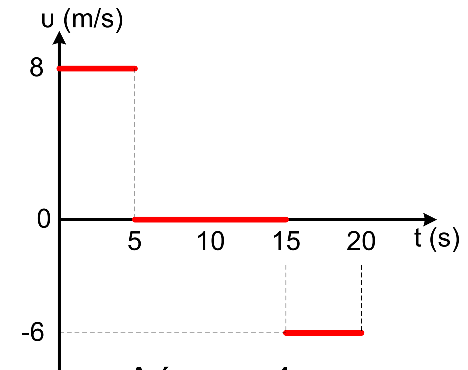
ε) Επειδή δεν αλλάζει η φορά της κίνησης $\Delta x = s_{ολ}$.

$$\text{Άρα} \quad \upsilon_\mu = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{60m}{8-2s} = \frac{60m}{6s} \Rightarrow \upsilon_\mu = 10m/s$$

3. Από διάγραμμα υ-t σε διάγραμμα x-t.

3η Άσκηση

Το διάγραμμα του σχήματος δίνει τη μεταβολή της ταχύτητας ενός σωματιδίου σε σχέση με το χρόνο, που κινείται σε ευθεία γραμμή.



Διάγραμμα 1

α) Να γραφούν οι αντίστοιχες εξισώσεις κίνησης του σωματιδίου από 0 έως 20s, αν την $t_{01} = 0$ είναι $x_{01}=10$ m.

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση x = f (t) από 0 έως 20 s.

Να βρεθούν στο χρονικό διάστημα 0 έως 20s:

γ) Η συνολική μετατόπιση $\Delta x_{ολ}$.

δ) Το συνολικό διάστημα $s_{ολ}$ και η μέση ταχύτητα του σωματιδίου·

Απάντηση:

α)

i. **Από 0 – 5 s** το σωματίδιο εκτελεί ΕΟΚ με ταχύτητα $υ_1 = 8$ m/s. Την $t_{01} = 0$ είναι $x_{01} = 10$ m.
Η εξίσωση της κίνησής του είναι $x = x_{01} + υ_1(t – t_{01})$ οπότε αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$x = 10 + 8t \quad (S.I.)\ (1)$$

Τη χρονική στιγμή $t_{02} = 5$ s προκύπτει $x_{02} = 10 + 8\cdot 5$ ή $x_{02} = 50$ m.

ii. **Από 5 – 15 s** το σωματίδιο παραμένει ακίνητο αφού $υ_2 = 0$ m/s, οπότε

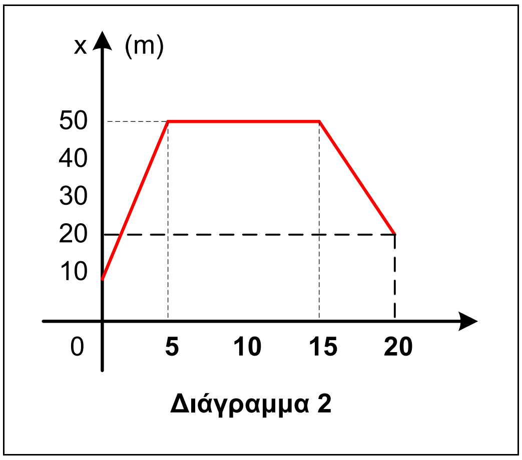
$$x = 50 \text{ m} \quad (2)$$

iii. **Από 15 – 20 s** το σωματίδιο εκτελεί ΕΟΚ με ταχύτητα $υ_3 = -6$ m/s.
Την $t_{03} = 15$ s είναι $x_{03} = 50$ m.
Η εξίσωση της κίνησής του είναι $x = x_{03} + υ_3(t – t_{03})$ οπότε αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$x = 50 – 6(t – 15) \quad (S.I.)\ (3)$$

Την t = 20 s είναι $x_{04} = 50 – 6(20 – 15)$ ή $x_{04} = 50 – 6\cdot 5 = 50 – 30 = 20$ m.

β) Σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα οι γραφικές παραστάσεις των (1), (2) και (3) φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



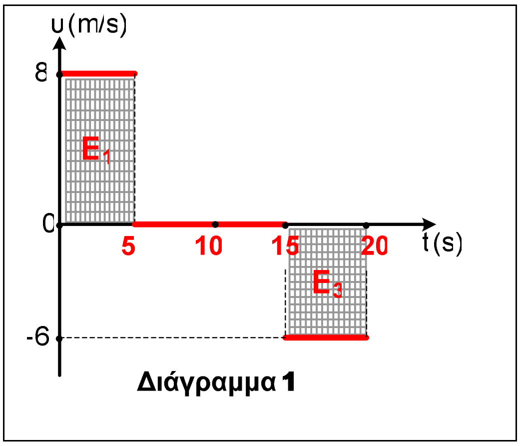
γ) 1ος τρόπος

Η συνολική μετατόπιση $\Delta x_{ολ}$ προκύπτει από το **Διάγραμμα 2,** αν από την τελική θέση του σωματιδίου αφαιρέσουμε την αρχική του θέση:

$$\Delta x_{ολ} = x_{τελ} - x_{αρχ} = x_{04} - x_{01} = 20m - 10m \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 10m$$

2ος τρόπος

Η συνολική μετατόπιση $\Delta x_{ολ}$ είναι αριθμητικά ίση με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό της γραφικής παράστασης υ – t του **Διαγράμματος 1**.



Άρα

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = E_1 + E_2 + E_3 \Rightarrow$$
$$\Delta x_{ολ} = 40 + 0 - 6(20-15) \Rightarrow$$
$$\Delta x_{ολ} = 40 - 6 \cdot 5 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 10m$$

δ) Για το συνολικό διάστημα $s_{ολ}$ έχουμε:

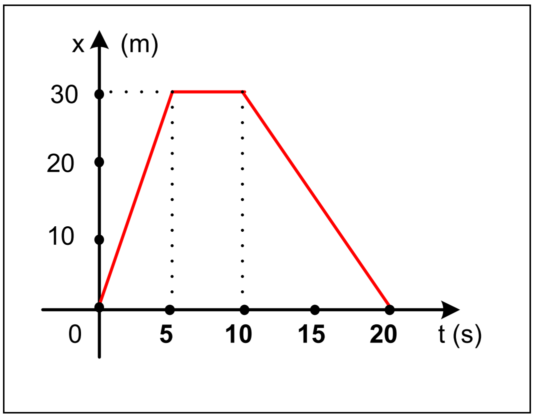
$$s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |E_1| + |E_2| + |E_3| \Rightarrow s_{ολ} = 40 + 0 + 6(20-15) \Rightarrow$$
$$s_{ολ} = 40 + 30 \Rightarrow s_{ολ} = 70m$$

$$\upsilon_{\mu} = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{70m}{20s} = 3,5m/s$$

4. Από διάγραμμα x-t σε διάγραμμα υ-t.

4η Άσκηση

Η θέση ενός δρομέα που κάνει ευθύγραμμη κίνηση αλλάζει σε σχέση με το χρόνο σύμφωνα με το διάγραμμα που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Πόση είναι η συνολική μετατόπιση του δρομέα από 0 έως 20s;

β) Να περιγράψετε τα είδη των κινήσεων από 0 – 20 s.

γ) Να γίνει το διάγραμμα (υ - t) στο ίδιο χρονικό διάστημα.

δ) Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης από 0 – 20 s.

Απάντηση:

α) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι $\Delta x_{ολ} = x_{20} - x_0 = 0m - 0m \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 0\ m$

β)

i. Από 0 έως 5 s εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (αφού η κλίση της ευθείας είναι σταθερή) με

$$\text{ταχύτητα: } \upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_0}{t_5 - t_0} = \frac{(30-0)\,\text{m}}{(5-0)s} \Rightarrow \upsilon_1 = 6m/s$$

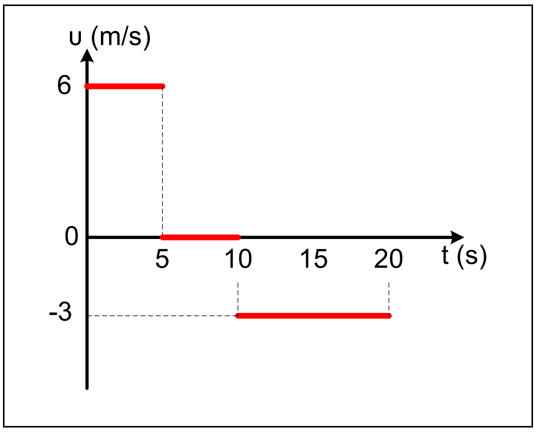
ii. Από 5 έως 10 s ο δρομέας παραμένει ακίνητος, αφού η θέση του x = 30m = σταθερή, άρα :

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{10} - x_5}{t_{10} - t_5} = \frac{(30-30)\,\text{m}}{(10-5)s} \Rightarrow \upsilon_2 = 0m/s$$

iii. Από 10 έως 20 s εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (αφού η κλίση της ευθείας είναι σταθερή)

$$\text{με ταχύτητα: } \upsilon_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{20} - x_{10}}{t_{20} - t_{10}} = \frac{(0-30)\,\text{m}}{(20-10)s} \Rightarrow \upsilon_3 = -3m/s$$

γ) Σύμφωνα με το προηγούμενο ερώτημα το διάγραμμα (υ - t) είναι το παρακάτω:



δ) Στην Ε.Ο.Κ. για την μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow x - x_0 = \upsilon(t - t_0) \;\Rightarrow x = x_0 + \upsilon(t - t_0) \; (1)$$

i. **Από 0 έως 5 s**, από το διάγραμμα x-t έχουμε την $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ και $\upsilon = \upsilon_1 = 6$ m/s.

   Άρα από την (1) $\Rightarrow$ x = 6t (S.I.)

ii. **Από 5 έως 10 s**, από το διάγραμμα x-t έχουμε $x_{02} = 30$ m, $t_{02} = 5$s, και $\upsilon = \upsilon_2 = 0$ m/s.

   Άρα από την (1) $x = x_{02} \Rightarrow$ x = 30 m

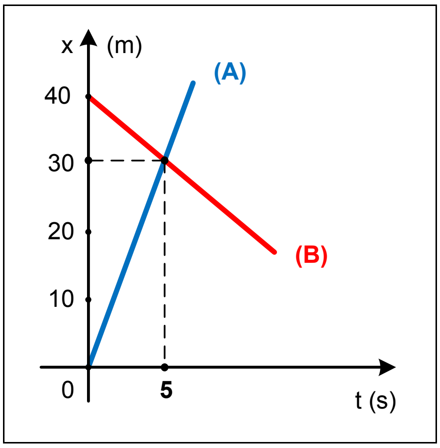
iii. **Από 10 έως 20 s**, από το διάγραμμα x-t έχουμε την $t_0 = 10$s, x_0=30m και $\upsilon = \upsilon_2 = -3$m/s.

   Άρα από την (1) $\Rightarrow$ x = 30 – 3(t – 10) $\Rightarrow$ x = 30 – 3t + 30 $\Rightarrow$ x = 60 – 3t (S.I.)

5. Δεδομένα από γραφικές παραστάσεις x-t.

5η Άσκηση

Στο διπλανό διάγραμμα x-t φαίνονται οι μεταβολές της θέσης δύο κινητών (Α) και (Β) που κινούνται στην ίδια ευθεία.



α) Ποιο είναι το είδος της κίνησης των δύο κινητών;

β) Με πόση ταχύτητα κινούνται; Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις υ = f (t) και για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων.

γ) Να γράψετε τις εξισώσεις της κίνησής τους. Πότε και που συναντιούνται;

δ) Ποια χρονική στιγμή φτάνει το κινητό (Β) στη θέση x = 0;

ε) Πόσο μετατοπίζονται μέχρι να συναντηθούν;

Απάντηση:

α) Αφού οι γραφικές παραστάσεις x-t για τα δύο κινητά είναι ευθείες γραμμές, οι θέσεις τους x είναι πρώτου βαθμού ως προς t και επειδή η τροχιά τους είναι ευθεία γραμμή, συμπεραίνουμε ότι και τα δύο κινητά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.).

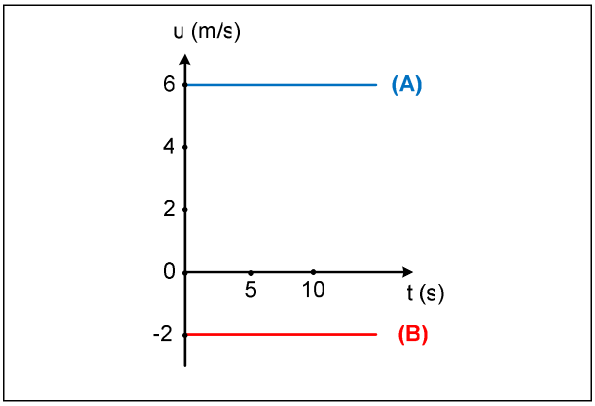
β) Κινητό **(Α)** : Από την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα x-t υπολογίζουμε την υ_A .

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{(30-0)\,\mathrm{m}}{(5-0)s} = \frac{30m}{5s} \Rightarrow \upsilon_A = 6\ m/s$$ (κίνηση προς τα θετικά του άξονα x΄Ox)

Κινητό **(Β)** : Από την κλίση της ευθείας στο διάγραμμα x-t υπολογίζουμε την υ_B .

$$\upsilon_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{(30-40)\,\mathrm{m}}{(5-0)s} = \frac{-10m}{5s} \Rightarrow \upsilon_B = -2\ m/s$$ (κίνηση προς τα αρνητικά του άξονα x΄Ox)

Αφού οι ταχύτητες είναι σταθερές οι γραφικές τους παραστάσεις θα είναι ευθείες γραμμές παράλληλες προς τον άξονα των χρόνων:



γ) Στην Ε.Ο.Κ. για την μετατόπιση ισχύει:

$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow x - x_0 = \upsilon(t - t_0) \Rightarrow x = x_0 + \upsilon(t - t_0)$ (1)

Κινητό (**Α**):

Επειδή από το διάγραμμα x-t έχουμε :

την $t_0 = 0,\ x_0 = 0m$ και $\upsilon_A = 6m/s$ με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει:

$$x_A = +6t \ \ (S.I.) \quad (2)$$

Κινητό (Β):

Επειδή από το διάγραμμα x-t έχουμε :

την $t_0 = 0,\ x_0 = 40m$ και $\upsilon_B = -2m/s$ με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει:

$$x_B = 40 - 2t \ \ (S.I.) \quad (3)$$

Από το διάγραμμα x-t προκύπτει ότι τα δύο κινητά συναντιούνται, στο σημείο τομής των γραφικών τους παραστάσεων, την t = 5 s και στη θέση x = 30 m.

δ) Αντικαθιστώντας στην (3) όπου $x_B = 0$ έχουμε:

$$x_B = 40 - 2t \Rightarrow 0 = 40 - 2t \Rightarrow 2t = 40 \Rightarrow t = \frac{40}{2} \Rightarrow t = 20s.$$

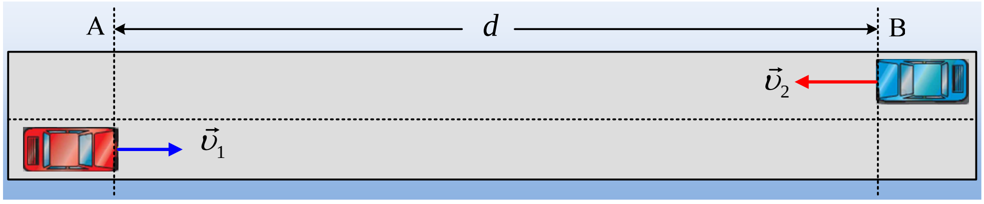
ε) Κινητό **(Α) :** $\Delta x_A = \upsilon_A \Delta t = 6\frac{m}{s} \cdot (5-0)s \Rightarrow \Delta x_A = 30m$

Κινητό **(Β) :** $\Delta x_B = \upsilon_B \Delta t = -2\frac{m}{s} \cdot (5-0)s \Rightarrow \Delta x_B = -10m$

6. Ασκήσεις με δύο σώματα – Συνάντηση δύο κινητών.

6η Άσκηση

Από δύο σημεία Α και Β ενός ευθύγραμμου δρόμου περνάνε, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, δύο αυτοκίνητα (1) και (2) με σταθερές ταχύτητες μέτρου υ_1=20m/s και υ_2=30m/s, αντίστοιχα. Τα δύο σημεία απέχουν απόσταση AB = d = 300 m και τα αυτοκίνητα κινούνται αντίθετα.



Θεωρήστε x=0 την αρχική θέση του πρώτου αυτοκινήτου και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική και στη συνέχεια απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

α) Να γράψετε τις εξισώσεις της κίνησής τους.

β) Ποια χρονική έγινε η συνάντηση των δύο οχημάτων;

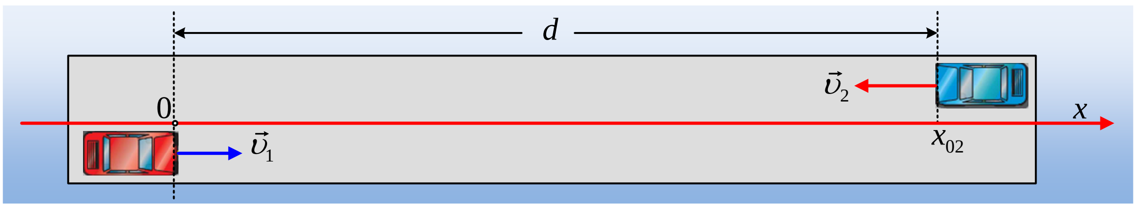
γ) Σε ποια θέση διασταυρώνονται τα δύο αυτοκίνητα;

δ) Ποια χρονική στιγμή φτάνει το αυτοκίνητο (2) στη θέση x = 0;

ε) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:

i) της μετατόπισης και ii) της θέσης, κάθε αυτοκινήτου.

Απάντηση:



α) Στο παραπάνω σχήμα έχουμε σχεδιάσει τον άξονα x και τις θέσεις των αυτοκινήτων τη στιγμή t_0=0. Με βάση το σχήμα οι αρχικές θέσεις των κινητών είναι x_{01}= 0 και x_{02}= +300m, ενώ οι ταχύτητές τους έχουν αλγεβρικές τιμές υ_1= +20m/s και υ_2 = - 30m/s.

Για την κίνηση του πρώτου αυτοκινήτου, το οποίο κινείται προς τα δεξιά ισχύουν:

$$\upsilon_1 = +20\text{m/s} \quad \kappa\alpha\iota \quad x_1 = x_{01} + \upsilon_1(t - t_0) \xrightarrow[x_{01}=0]{t_0=0} x_1 = 20t \ (S.I.) \quad (1)$$

Για την κίνηση του δεύτερου αυτοκινήτου, το οποίο κινείται προς τα αριστερά ισχύουν:

$$\upsilon_2 = -30\text{m/s} \quad \kappa\alpha\iota \quad x_2 = x_{02} + \upsilon_2(t - t_0) \xrightarrow[x_{02}=300m]{t_0=0} x_2 = 300 - 30t \ (S.I.) \quad (2)$$

β) Όταν τα δύο αυτοκίνητα συναντηθούν, έστω τη χρονική στιγμή t, θα βρίσκονται στην ίδια θέση, άρα:

$$x_1 = x_2 \xrightarrow{(1),(2)} 20t = 300 - 30t \Rightarrow 50t = 300 \Rightarrow t = 6s$$

γ) Από την (1) ή την (2) για t = 6 s προκύπτει ότι τα αυτοκίνητα θα συναντηθούν στη θέση:

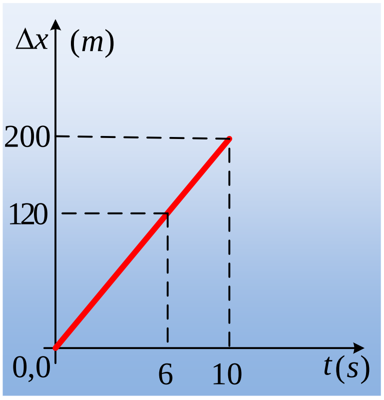
$$x_1 = 20t \xrightarrow{t=6s} x_1 = 20 \cdot 6 \Rightarrow x_1 = 120m$$

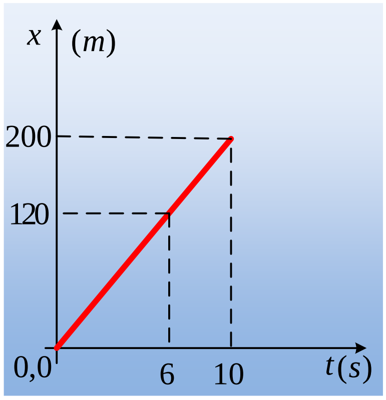
δ) Από την (2) για $x_2 = 0$ έχουμε: $0 = 300 - 30t \Rightarrow 30t = 300 \Rightarrow t = 10s$

ε) Για το πρώτο αυτοκίνητο, αφού μελετάμε την κίνησή του θεωρώντας ότι αρχικά βρίσκεται στη θέση x_{01}=0, η μετατόπισή του και η θέση του συμπίπτουν, οπότε με βάση τη σχέση (1), η γραφική παράσταση είναι μια ευθεία γραμμή, η οποία μπορεί να χαραχθεί όπως στο παρακάτω σχήμα, λαμβάνοντας υπόψη και κάποιες τιμές, όπως αυτές του προηγούμενου ερωτήματος, που φαίνονται στον πίνακα (I).

t(s)	Δx (m)	x (m)
0	0	0
6	120	120
10	200	200

Πίνακας (I)





Όμως για το δεύτερο αυτοκίνητο για τη θέση του έχουμε $x_2 = 300 - 30t\ (S.I.)$ (2) , ενώ για τη μετατόπισή του ισχύει: $x_2 = x_{02} + \upsilon_2(t - t_0) \Rightarrow x_2 - x_{02} = \upsilon_2(t - t_0) \xrightarrow[\upsilon_2=-30m/s]{t_0=0} \Delta x_2 = -30t\ (S.I.)$ (3)

Οπότε λαμβάνοντας υπόψη και τις τιμές του χρόνου t, αντικαθιστώντας στις σχέσεις (3) και (2) παίρνουμε τον Πίνακα (II), οπότε έχουμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις.

t(s)	Δx (m)	x (m)
0	0	300
6	-180	120
10	-300	0

Πίνακας (II)