

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

18243) Θεωρούμε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 4, (\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$  και τα διανύσματα

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta} \text{ και } \vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}.$$

α) Να βρείτε το  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ .

β) Να βρείτε το  $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$ .

γ) Να βρείτε τα  $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$

δ) Να βρείτε τη γωνία  $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$ .

15152) Δίνονται τα σημεία  $A(1,3), B(-2,2)$  και η ευθεία  $\varepsilon: 3x + y + \alpha = 0$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου A από το σημείο B.

β) Για ποιες τιμές του  $\alpha$ , η απόσταση AB είναι ίση με την απόσταση του σημείου A από την ευθεία  $\varepsilon$ .

γ) Για  $\alpha = 4$  να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας  $\varepsilon$  με τον άξονα  $y'y$ .

15178) Δίνεται η εξίσωση  $(\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0, \mu \in \mathbb{R}$  (1).

α)

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε  $\mu \in \mathbb{R}$ .
- ii. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

β)

- i. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία που έχει συντελεστή διεύθυνσης 0; Ποια είναι η εξίσωσή της;
- ii. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης; Ποια είναι η εξίσωσή της;

γ) Να βρείτε για ποια τιμή του πραγματικού αριθμού  $\mu$ , προκύπτει ευθεία η οποία σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ . Ποια είναι η εξίσωσή της;

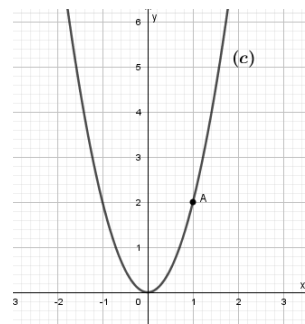
20866) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραβολής ( $c$ ), που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον  $y'y$  και διέρχεται από το σημείο  $A(1,2)$

α) Να βρείτε την εξίσωση, την εστία και την διευθετούσα της παραβολής

β) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς τον άξονα της παραβολής.

γ)

- i. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της παραβολής στο σημείο  $A'(-1,2)$ .
- ii. Να βρείτε το σημείο τομής της ( $\varepsilon$ ) με τον άξονα  $y'y$  και στη συνέχεια να την



σχεδιάσετε.

17944) Δίνεται η υπερβολή με εξίσωση της μορφής  $(C): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , εστιακή απόσταση

$$EE' = 2\sqrt{7} \text{ και εκκεντρότητα } \varepsilon = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

α) Να αποδείξετε ότι  $a = 2, b = \sqrt{3}$ .

β) i) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών  $A, A'$  της υπερβολής (C).

ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των ασύμπτωτων ευθειών της υπερβολής (C).

γ) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την υπερβολή (C), τις ασύμπτωτές της, τις εστίες της και τις κορυφές της.

(18781) Δίνονται δύο κύκλοι με εξισώσεις  $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  και

$$C_2: x^2 + y^2 = 1.$$

α) Να δείξετε ότι:

i. Η εξίσωση του κύκλου  $C_1$  γράφεται στη μορφή  $(x - 3)^2 + y^2 = 4$ .

ii. Οι κύκλοι  $C_1, C_2$  εφάπτονται εξωτερικά.

β) Να βρείτε:

i. Το σημείο επαφής των δύο κύκλων  $C_1$  και  $C_2$ .

ii. Την εξίσωση της εσωτερικής κοινής εφαπτομένης των δύο κύκλων  $C_1$  και  $C_2$ .

γ) Αν τα σημεία  $M_1, M_2$  διατρέχουν τους κύκλους  $C_1, C_2$  αντίστοιχα, να βρείτε τη μέγιστη απόσταση ανάμεσα στα σημεία αυτά.